

排灣族傳統文化中「數學」知識之初探

徐偉民

本研究採個案研究法，根據 Bishop (1988) 提出的數學和文化的關係來設計訪談大綱，以 10 位部落耆老為對象，進行 13 次的半結構式訪談，以建構排灣族傳統文化中蘊含的數學知識。結果發現，排灣族的數字系統是十進位，最大的數是萬。雖有分的概念，但平分並非最主要的考量，且未發展出分數與小數的概念，常以譬喻的方式來描述大數。在測量概念上，傳統文化常以個別物品（如手扞量長度），或大自然的現象來進行測量（如太陽位置量時間）。在幾何概念上，文化製品中常出現的幾何形體，如三角形，有些來自大自然的現象或動物，具有文化意涵；有些則因製作的方法而自然形成。排灣族傳統文化中的數學知識，在強調實用與凸顯文化意涵的前提下所發展，由於缺乏文字紀錄及採師徒制方式來學習專業技能，所以並未發展出數學一般性的規則，因而未建立抽象化與系統化的數學知識。

關鍵字：個案研究、原住民族知識體系、排灣族、傳統文化、數學知識

作者現職：國立屏東大學教育學系教授

通訊作者：徐偉民，e-mail: ben8235@mail.nptu.edu.tw

壹、研究背景

讓「所有的學生」都有學習成功的機會，是世界各國努力達成的教育目標（Artzt & Armour-Thomas, 2002; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Rodriguez, 2005）。而在「所有的學生」中，原住民學生的學習表現，明顯地落後其他族群的學生（譚光鼎，1998；陳枝烈，1997），特別是在數學的學習表現上（紀惠英，2001；Ensign, 2005; Lipka, Webster, & Yanez, 2005）。因此，臺灣自 2008 年開始推動原住民科學教育計畫，投入研究資金招募研究團隊，來共同探討提升原住民學生科學和數學表現的方法。因為大家都了解數學不僅是學校的核心學科，也扮演著「關鍵過濾器」（critical filter）的角色，是個人未來發展最重要的指標之一（Ernest, 1998）。

許多研究指出，文化可能是原住民學生數學學習表現不佳的主因，因為學生在熟悉文化下所形塑而成的生活知識（everyday knowledge），與學校數學課程所要傳達的學術知識（academic knowledge）之間，存在不小的落差，而使得原住民學生的數學學習表現不佳（紀惠英，2001；Ensign, 2005; Lipka et al., 2005; Rosa & Orey, 2011）。這樣的主張受到「民族數學」（ethnomathematics）概念的影響。民族數學是指每個特定社會文化脈絡下的團體，在面對與解決日常生活問題的過程中，發展出來的數學知識和技巧，以便了解所處的世界，並且可以存活下來（D'Ambrosio, 1990; Rosa et al., 2011）。從民族數學的意義來看，數學並非是文化中立或價值中立的學科，而是各個民族在生活過程中，為了瞭解所處的世界及解決生活中的問題，發展而成的知識體系，且每個民族都會發展出獨特的數學知識和技巧。由此來看，少數族群學生數學學習表現不佳，可能是因為他們所熟悉的生活知識，與學校傳達的學術知識之間的落差所造成。這樣的主張在針對缺乏學校教育經驗的街頭小販研究中獲得支持（Nunes, 1992）。因此，學者們紛紛主張要將學生熟悉的生活經驗和文化融入課程中，以提升原住民學生數學學習的表現（Ensign, 2005; Leonard & Dantley, 2005; Lipka, 1994; Lipka et al., 2005），而文化與數學課程的結合，在研究中也發現可以提升原住民學生的數學學習表現（Lipka et al., 2005; Meaney, Trinick, & Fairhall, 2013）。

但，要縮短原住民生活知識和學校學術知識之間的落差，以及要將熟悉的文化融入數學課程中，都必須要先了解各族群在過去生活經驗中所發展出來的知識體系，才能落實上述兩個主張。誠如美國阿拉斯加的 MCC（Mathematics in Cultural Context）研究團隊所採取的作法，透過與耆老的合作，從耆老對於傳統文化活動的示範、說明、以及訪談中，來析出傳統文化中所蘊含的數學知識，作為轉換成學校文化數學課程的基礎，進而有效地提升原住民學生的數學學習表現（Kisker et al., 2012; Lipka, 1994; Lipka et al., 2005）。臺灣從 2014 年通過實驗教育三法以來，許多原住民學校紛紛申請成為實驗學校，意圖透過自己族群

原有的知識體系，來建立實驗學校課程的特色。無論從研究上的主張來看，或是從實驗學校的意圖來看，都指出了「傳統知識體系」的重要。但令人好奇的是，原住民的數學知識體系為何？過去相關的研究並未具體地指出其內涵。因此，本研究以臺灣南部的排灣族（臺灣人口數第二的原住民族群）為對象，透過與耆老的合作與訪談，意圖達成「探詢排灣族傳統文化中蘊含的數學概念，以建構排灣族的數學知識體系」的目的。並希望藉由本研究的結果，作為後續轉化成學校數學課程的參考，如同阿拉斯加 MCC 團隊的做法，以縮短學生熟悉的文化經驗和學校學術知識間的落差，達成數學教育公平性的目標。

貳、文獻探討

一、文化和數學的關係

數學長久以來被視為是文化中立或價值中立的知識體系（Bishop, 1988; D'Ambrosio, 1990），所以學校把它視為是一個包含普遍被接受的事實、概念和內容的學科來進行教學（Rosa et al., 2011）。但從知識演變的過程來看，數學知識也是人類文化發展過程中的產物，是每個特定的民族，在生活中想要了解所處的世界，及解決生活中的問題而發展出來的知識和技術。各民族發展出來的數學知識，D'Ambrosio（1985）稱之為「民族數學」，這和學校所教授的「學術數學」（academic mathematics）有所不同。民族數學的定義可以從其字面上來看，字首的“ethno”是指在一個具有特定語言、神話、符號和行為模式中生活的一群人；中間的“mathema”是指困難的，但是想要去解釋、理解、及對他們所生活的世界做出反應，像是測量、分類、建模（modeling）等活動；字尾的“tics”是從“techné”而來，和技術（technique）有相同的字根（D'Ambrosio, 1990）。民族數學的定義，可以簡化成「一個文化的群體（ethno），想要去解釋和理解他們所生活的世界，以便來傳承、管理和處理所面臨的世界，使群體可以存活下來（mathema），而發展出包括計數、排序、分類、測量等技術（tics）」（Rosa et al., 2011, p.35）。民族數學其實就是特定文化中的人，使用數學的想法和概念來處理生活中的數量、關係、和空間的問題（Borba, 1997）。

從上述民族數學的定義來看，可以了解數學並非絕對客觀與中立的，而是各族群在面對與解決生活問題時，所發展的知識與技術，以便理解及處理生活的問題。例如：不同族群發展了不同的計數和進位系統來解決他們所面臨的問題。因此，數學也是人類文化的產物（Barton, 2009）。Bishop（1988）更進一步提出各民族在六個人類普遍從事的活動中來發展出屬於自己的數學知識，這六個文化活動所對應發展的數學知識如表 1。誠如人類學家所說的，數學是在探索、發明、使用適當的符號、把符號標準化、傳播、文化內所共享的過程中

產生 (Gerdes, 1996)；是人類在生活的過程中，為了更了解生活中的數量、關係和空間，所發展出來的知識體系 (Barton, 2009)。

表 1 文化活動與相對應發展的數學知識

文化活動	相關的數學知識
計數	數、數的模式、數的關係、數字系統、代數表徵、無限大和無限小、事件、機率、次數、計數方法、迭代、極限等。
定位	位置、方位、座標、角度、直線、網路、位置改變、軌跡、方位改變、旋轉、鏡射等。
測量	比較、順序、長度、面積、容量、時間、溫度、重量、測量單位的發展、測量工具、估算等。
設計	形狀、模式、幾何形狀、形狀特性、相似、全等、比率等。
遊戲	拼圖、模型、遊戲、規則、程序、策略、預測、猜測、機會、假設推理等。
說明	分類、一般化、語言解釋 (論證、邏輯連結、證明)、符號解釋 (方程、公式、運算、函數)、圖形解釋 (圖、表、矩陣)、數學結構 (公理、理論、分析)、數學模型 (假設、類比、一般化、預測)。

資料來源：譯自 Bishop (1988, pp. 183-184)。

二、文化和數學學習的關係

數學與文化的關係，使許多研究從文化的角度來探討對原住民學生數學學習的影響：簡淑真 (1998)、潘宏明 (1996) 指出原住民傳統文化中沒有文字，使他們無法運用文字來進行邏輯推理，進而影響學生在文字題上的表現；簡淑真 (1998) 指出原住民在價值觀念上強調分享而非競爭；黃志偉 (2002) 發現原住民對於數量多寡並不要求精確，而用「比喻」的方式表達，這些和競爭激烈的求學環境，以及數學所要求的精確有所落差；紀惠英 (2001) 的研究也指出，原住民學生日常生活中所建構的自發性概念，與學校所要教導的科學概念間，存在著一道難以跨越的鴻溝。這些研究都指出「文化」是影響原住民學生數學學習表現的關鍵。

而在國外，Carraher (1991) 在巴西的東北部，發現街上年輕的攤販在進行買賣時所用的計算方法和學校所教的傳統方法不同，而且當他們面對以口語呈現的買賣問題時 (使用自己發展出來的計算方法)，其成功率遠高於學校環境中所呈現的計算問題 (使用學校所教的方法)；Bandeira 和 Lucena (2004) 探討

巴西的菜農在收成、製造和販賣蔬菜時所使用的數學知識，結果發現他們創造出的獨特知識和在學術環境中所學的數學知識不同。有鑑於文化脈絡對於數學學習和使用的影響，阿拉斯加大學的 MCC 研究團隊，致力於發掘原住民(Yup'ik 族)傳統文化中所蘊含的數學概念，進而將其與學校的數學課程結合(Kisker et al., 2012; Lipka, 1994; Lipka et al., 2005; Lipka, Yanez, Andrew-Ihrke, & Adam, 2009)。MCC 研究團隊從 1980 年代開始，與 Yup'ik 族耆老、數學家 and 數學教育家、學校教師等人合作，從耆老對於傳統文化活動的說明中，分析出傳統文化活動中蘊含的數學概念或知識，進而將相關的數學知識轉換成學校的數學課程。MCC 團隊宣稱，他們將地方文化中的知識，帶入核心的學術課程(數學)中(bring local knowledge into a core academic curriculum)(Lipka et al., 2005)。MCC 團隊在 30 幾年的研究中，發展出 10 組的文化本位的數學課程，且透過準實驗的研究設計，來檢驗所發展課程的成效，結果發現能有效地提升原住民學生的數學學習表現(Kisker et al., 2012)。

從上述的研究結果來看，發現文化不僅與數學知識的產生和發展有關，也和學生數學學習的方式和結果有關。如果能夠瞭解原住民傳統文化或活動中所發展出來的數學知識，將可以作為後續轉化為學校數學課程的基礎，並能提升原住民學生的數學學習表現。但，如何建構出原住民傳統文化中的數學知識？便成為數學教育研究者的挑戰。

三、文獻的啟發

從文化和數學的關係來看，民族數學概念的提出以及人類學家的研究，都指出數學是人類文化的產物，而且是各族群在特定文化和社會脈絡中，為了瞭解世界與解決生活中數、量、形相關的問題，所發展出來的知識體系；也因為數學和文化息息相關，所以個體在成長的過程中，其認知發展和思維方式都不可避免受到文化脈絡的影響，進而影響了對學校所教授的學術數學的理解和學習，所以許多研究者才提出將文化融入到學校的數學課程中，來提升學生的學習表現(紀惠英，2001；Kisker et al., 2012; Lipka et al., 2005; Meaney et al., 2013)；而臺灣原住民的實驗學校，也紛紛從傳統文化的觀點來發展實驗教育的課程，意圖藉此來提升原住民學生的數學學習表現(徐偉民，2019)。上述研究都說明了文化對原住民學生有關鍵的影響，而文化之間的落差可能正是原住民學生數學學習表現不佳的主因(紀惠英，2001)。因此，了解與建置原住民傳統文化中的數學知識體系，便顯得格外重要，因為那是轉換成學校數學課程的重要基礎。過去，MCC 研究團隊在傳統數學知識的萃取上提供了參考，即透過耆老的示範與說明來進行萃取，這樣的作法具體且直接，但卻無法建構出完整的數學知識體系；而 Bishop (1988) 所提出的架構(表 1)，可以從人類六個普遍從事的活動中，來建構出不同族群傳統文化中所發展的數學知識。因此，可以

結合兩者的取向，即以表 1 的架構為主，結合 MCC 的方法，即透過耆老的訪談或示範，來探討原住民文化中所發展的數學知識體系，以作為後續課程轉化與實施的基礎。

參、研究方法

一、研究方法與對象

本研究採用個案研究法，因為對於複雜且初探的議題，例如：排灣族文化中所蘊含的數學知識，適合以個案研究的方式來進行探討。由於本研究意圖從傳統文化活動中來探詢蘊含的數學知識，所以選擇對於排灣族文化熟悉的耆老為對象，其背景資料如表 2。透過研究者根據 Bishop (1988) 的架構發展而成的訪談大綱來進行訪談，從耆老們的訪談內容中來進行分析與歸類，來建構排灣族文化中的數學知識。

表 2 受訪耆老相關背景

代號	年齡	性別	居住部落	相關經驗
A	>50	男	中排灣望嘉部落	退休教師，父親為南排灣貴族，曾擔任北排灣（瑪家鄉）鄉誌執行編輯、排灣族族語與鄉土文化教材執行編輯
B	>70	女	中排灣古樓部落	50 年以上的原住民藝術工作者，唯一保有排灣族傳統織布技法的傳藝師
C	>50	男	東排灣土坂部落	學校工作者
D	>50	女	東排灣土坂部落	學校民族老師，頭目女兒
E	>50	男	東排灣土坂部落	學校主任
F	>50	男	東排灣安朔部落	學校校長，頭目家族成員，家族來自南排灣部落
G	>60	男	中排灣古樓部落	曾任兩任村長
H	>70	男	中排灣古樓部落	部落推薦，對於傳統文化熟悉者
I	>80	男	中排灣古樓部落	部落推薦，對於傳統文化熟悉者
J	>50	男	中排灣平和部落	擔任部落大學重要職務，曾任原民會排灣族專門委員，曾擔任北排灣（瑪家鄉）鄉誌主編，自幼在北排灣部落生活

參與本研究的耆老大多是教育相關工作者，來自小學和部落大學，長期從事原住民文化教育的推廣；或是部落工作者，擔任過村長並承辦過重要的文化慶典（五年祭）；有些是資深文化藝術工作者，長期投入排灣族藝術的創作；有些則是部落推薦的耆老，擁有豐富的文化知識和經驗。參與本研究的耆老共有 10 位，雖然他們目前居住在中排灣和東排灣的部落，但是有些從小與祖父母居住在北排灣（瑪家鄉）部落，由家族長輩傳授排灣族傳統文化知識，且曾經擔任北排灣部落鄉誌的主編（如 J）；有些雖然地理位置屬於東排灣，但實際上是屬於中南排灣社群（如 F）；有些其父親是南排灣貴族後裔，結婚之後才移居到中排灣，曾經擔任過北排灣部落鄉誌的執行編輯、教育部排灣族族語與鄉土文化教材執行編輯（如 A）。因此，受訪者的文化背景涵蓋了不同地理位置的排灣族部落，年齡介於 50-85 歲。

二、資料蒐集與工具

本研究主要是透過訪談來進行資料的蒐集，依據各民族普遍從事的六個活動中（表 1），結合每個活動中可能引發的數學概念，或是排灣族傳統生活中進行的活動，包含打獵、耕種、祭典、編織等，來進行各活動中訪談問題的設計。問題設計完之後，邀請一位在學校服務超過 30 年、長期從事排灣族民族教育且擔任過原民會族語委員的資深教師（代號 A），針對訪談大綱所設計的問題進行檢視，並提供傳統文化中關於的計數、方位、分享、測量等概念，並確認題目的合適性之後才成為本研究的訪談大綱。訪談大綱的向度和問題內容如表 3。

表 3 訪談大綱的向度與問題

向度	問題
計數	<ol style="list-style-type: none"> 1.排灣語的 1-10 怎麼唸？哪一個數字有特殊的意涵？ 2.排灣語是 10 進位嗎？最大的數字是多少？大數用在甚麼地方？ 3.傳統文化如何表示很大的數？如何處理大數量的問題（如土地面積或收穫數量等）？ 4.有發展出分數或小數的語言嗎？如何去表示小於 1 或是非整數的數？如何表示很小的數？ 5.在傳統生活中，如何去計數或知道自己所擁有的財產（如土地和農作收成）？
定位	<ol style="list-style-type: none"> 1.同伴一起從事相同活動時（如打獵），如何告知彼此所在的位置？ 2.傳統文化是否將方位分為東西南北？有特定語言來描述方向嗎？ 3.迷路時如何找到正確的方向？如何知道自己和目的地間的關係？

表 3 訪談大綱的向度與問題（續）

向度	問題
測量	<ol style="list-style-type: none"> 1.過去如何測量獵物的重量？有測量的工具和單位嗎？如何分享獵到的獵物？ 2.如何測量所釀的小米酒容量？有測量的工具和單位嗎？如何估計節慶時所需要的小米酒數量？ 3.製作弓箭、祭竿、或傳統服飾時，如何決定其長度？有測量的工具和單位嗎？ 4.如何測量或知道自己家族獵場（或田地）的大小？有測量的工具和單位嗎？如何知道自己和他人獵場的界線？ 5.如何知道一天中的時間？有測量時間的工具和單位嗎？
設計	<ol style="list-style-type: none"> 1.在傳統打獵或捕魚中，發展了哪些工具？這些工具使用了哪些幾何圖形？ 2.在傳統服裝製作和雕刻中，可以看到許多幾何圖形，如三角形、菱形等，除此之外還會用那些幾何圖形？為何選擇這些圖形？ 3.在進行服裝圖騰設計時，大都採用對稱與相同圖形，製作過程中如何確定是對稱的？ 4.過去如何決定陶壺的形狀與大小？如何決定陶壺上圖騰的形狀與大小？是否有特殊的工具？
遊戲	<ol style="list-style-type: none"> 1.傳統生活中最常玩的遊戲有哪些？它們的規則為何？是否有發展出相關的遊戲策略？ 2.傳統遊戲中是否蘊含著有數學相關的概念（如機率、估算等）？
說明	<ol style="list-style-type: none"> 1.在教導下一代生活的技能過程中（如蓋石板屋），如何指導與說明？ 2.部落領袖如何教導子孫部落管理的事宜（如納貢、資源分配等）？ 3.製作相關工具（如陶壺、服飾等）時，如何教導下一代具有這些技能？

本研究訪談進行的時間為 2018 年 1 月至 2019 年 6 月，每位受訪者均針對表 3 的內容進行訪談，訪談的時間依據受訪者的表達情況來決定，大部分受訪者進行 2 小時以上的訪談。其中一位超過 80 歲的耆老 (I) 因為大都以母語來表達，需要有人翻譯，所以和另一位 70 歲的耆老 (H) 同時進行訪談；有些耆老在訪談中會同時展示或示範相關的文化活動或製品（如刀、編織作品），進一步說明文化中涉及的數學概念，所以無法在一次的訪談中完成（如 B 與 G）；也有兩位耆老同時接受訪談（如 C 與 D），因為傳統文化中對於性別有不同的分工，使得對於某些問題內容不太熟悉（例如：女性對於狩獵問題不熟悉），同時訪談可以彼此說明與補充。本研究總共針對 10 位耆老進行了 13 次的半結構性訪談，除了訪談之外，研究者也參加部分重要的文化祭典，如五年祭（2018

年 10 月土坂部落)，透過觀察祭典活動以及與耆老的對話（E 與 F），來了解文化活動中蘊涵的數學概念。

三、資料分析

本研究蒐集到的訪談資料，先轉錄成逐字稿後，再針對逐字稿的資料來進行討論與歸類。歸類時針對分析的單位和類別兩部分進行討論，並在討論的過程中建立評分者信度。其中分析單位是指可以進行歸類分析的單位，是數個由研究者與受訪者之間的對話內容所組成。在研究者與兩位有經驗的分析人員說明分析單位的定義（以 20180503 轉錄稿為範例來說明）後，兩位分析人員以同一份轉錄稿進行分析，透過 $P=2M \div (N1+N2)$ 的公式來計算評分者信度（M 為共同同意項目數，N1、N2 為各自同意項目數），結果信度值為.97，並針對不一致處進行討論與確認；之後再針對可分析的單位來進行歸類。原本依據訪談大綱中的六個向度來進行歸類，由六個文化活動來作為主類別，根據對話內容來形成次類別（進行命名），並取得良好的評分者信度（.92）後進行分析，結果如表 4。

表 4 訪談初步歸類結果

主類別	次類別	次數
A 計數	1 數字系統	18
	2 數字意涵	7
	3 計數方法	7
B 定位	1 方向辨別	15
	2 座標	3
C 測量	1 重量	6
	2 容量	5
	3 長度	16
	4 面積（界線）	10
	5 時間判斷	9
	其他-小米	2
D 設計	1 平面形狀	14
	2 立體形狀	4
	3 顏色	6
E 遊戲	1.普遍共有	5

訪談初步分析歸類的結果，雖然有理論架構的支持，也有良好的信度，但從表 4 來看歸類的結果來看，無法清楚地建構出排灣族傳統文化中的數學知識

體系。因此，本研究決定結合數學主題和表 3 的類別作為分析歸類的基礎，兩個主類別為數與量、幾何，數與量類別下可細分為數與計算、量與實測兩個次類別；幾何類別下依據文化活動可細分為定位、設計兩個次類別，每個次類別下又可細分為子類別，最後形成本研究的分析類別，如表 5。由兩位有經驗的分析人員再了解各類別的定義後進行分析歸類（以 20180413 的轉錄稿來歸類），結果信度為.95。整體來看，本研究的資料分析歷經定義（範例說明）、試作、比對、討論確認、再分析等，歷程中不但建立良好的一致性，同時也不斷和研究目的之間進行連結，最後才形成本研究的歸類的架構。

表 5 本研究最後形成的分析類別

主類別	次類別	子類別	定義
數與量	數與計算	數字系統	進位系統，數字的表示
		數字意涵	數字的延伸意義
		計數方法	計數方式
		分數與小數	部分/整體概念
		估算	大約與估計
	量與實測	量的單位	個別單位、常用單位
		量的比較	主觀感官及參照單位
		時間判斷	自然現象及生物生態
幾何	定位	方向辨別	自然景物與人為
	設計	平面形狀	文物中的平面圖形
		立體形體	器具中的立體形狀

肆、結果與討論

本研究的目的是透過耆老的訪談與示範中，來探詢排灣族傳統文化中發展的數學概念，進而建立傳統文化中的數學知識體系。若以次數統計的方式來呈現表 5 的分析結果，將無法達成本研究的目的。因此，以下針對各類別的內容來說明，輔以呈現訪談的原案資料，藉此達成文化中數學概念探詢的目的。

一、排灣族傳統文化中涉及較多數與量的概念

從 10 位耆老訪談結果的分析中，發現排灣族傳統文化中發展較多的數學概念，是屬於數與量的範疇，因為數與量的概念與日常生活，包括數量的計數、獵物分享、納貢、物品的製作等有關。以下從數與計算、量與實測兩個次類別來進行說明。

(一) 數與計算

1. 排灣族的數字系統是 10 進位，最大的位數是萬

從傳統語言中得知，排灣族是採 10 進位系統，1 到 10 的念法分別為：ita、drusa、tjelu、sepatj、lima、unem、pitju、alu、siva、tapuluq，超過 10 之後，如 11，需要先念出 10 再唸出 1，所以 11 為 tapuluq katu ita（十和一）。

G: 11 也是一樣，跟國語一樣要把 10 唸出來，到了 20 也要唸出來。(20180621 訪談-古樓部落)

在大數的部分，有百 (taiday)、千 (kuzul) 和萬 (ulav) 的語言，最大計數單位是萬 (ulav)，但 ulav 其實是「忘掉」的意思，表示「數不盡、數太大忘掉的意思」，而且會用在獵人抓獵物的計數上，表示抓太多，搞不清楚抓多少獵物了。在傳統生活中，很少有使用到大數的需求，所以並未發展出超過萬的單位。此外，排灣族的數字通常有延伸的意涵，例如：上述的「萬 (ulav)」表示數不盡而忘掉的意思，還有會以山頭來表示「百 (taiday)」、「5 (lima)」表示手，同時也會用“pulima”來稱讚工藝方面（與手有關的工藝）表現傑出或有天分的人。

R: 有萬這個詞？

J: 萬是有。

R: 萬怎麼唸？

J: ulav。(20190322 訪談-平和部落)

D: ulav、萬就是忘掉的意思。

C: 用不到那個單位，這是獵人抓獵物的單位計算，會說我抓太多了，超過一百了。

D: 已經搞不清楚多少了。

R: 數太大忘掉的意思？

D: 對。(20180331 訪談-土坂部落)

在計數的方式上，由於只有數的語言，並沒有發展數的符號，所以在紀錄祭典、農作、年齡、日子等重要的日期時，或是紀錄農作物的收成數量時，會以石頭、結繩或劃記的方式來計數。

D：過去時間算法是打結，用結繩算時間，比方說用苧麻打結，今天第一天打結，如果是祭儀的時間結比較大顆。(20180331 訪談-土坂部落)

R：不會特別去計數自己有多少財產？

F：不會去計數，就大概大約知道自己的財產…以前的人說財富時，是說你很勤勞的，不是說你有幾塊地，他們是用你的勤勞來定義你的財富，因為你勤勞就勢必多收穫，另外精神層面的意義結合，你是認真的你是被肯定的…我以前看我祖母他們對話，從來沒人在比過財產，只有在比誰蟑螂多（笑）…

R：所以很少會跟數這種東西做結合？

F：比較少，在我的成長歲月，唯一可以知道的就是農作物，在田梗上用石頭代表砌的東西、砌石頭，石頭上會告訴我們，大約今年的收割是多少。譬如我這次收五包，就會用石頭做個記號…甚至有的是用刻的做記號，譬如在甚麼時候要做甚麼事就用記號做表示，大部分都是用這樣的符號…(20180503 訪談-安朔部落)

2.排灣族沒有發展完整的分數和小數概念，平分包含了文化的考量

傳統生活和活動中，雖有「分」的活動（例如分獵物）、部分/整體的活動（例如一大把小米中取一小把），以及相關的語言（分 *malaluvad*、分配 *pinangalj*、一半 *papamav*），但是由於沒有符號，加上生活中很少需要使用零碎數的需求，以及分的概念不僅僅是數量上的平分，還有文化上的意涵，同時也會考量到「質」的部分。例如：分享獵物時，先將特定的部位留給部落領袖（頭目），之後再來進行平分。因此，傳統排灣族文化中並未發展出完整的分數和小數的概念，僅有部分單位分數的語言。另外，雖然有小數點的族語（*tjuktjukan*），但為鳥喙之意，是民國初年用以表示貨幣中的角，例如：五角為 0.5 元，而非傳統文化中有發展小數的概念。相關的訪談資料內容如下：

R：排灣族有沒有像分數小數，不是整數，零碎的數的名詞？

C：沒有分數。

D：我們不是講分數，比方一把抓的東西，一碗中的一把，*pinangalj*、分。

C：可是沒有字，沒有寫 $1/2$ 、 $1/4$ 。

D：或是說五小把裡的一把，*alapu tu taveljiutan*（請你拿一把小米之意）。

R：就是從一大把裡拿一小把出來？

D：有。(20180331 訪談-土坂部落)

R：生活上基本上不會用到小數點？

A：後來是在金錢，五角，tavatan 或者是 tavatan sa，因為沒有毛，我們就是 ita sa tjuktjukan a lima tavatan，會講 1.5 元。

R：把不同的字結合起來就是 1.5 元。

A：只有用在金錢，因為那時候沒有一角兩角的概念，後來日本人來的時候才發現可以用小數點來表示。(20190620 訪談-望嘉部落)

J：…排灣族一直把分的東西不是純粹的量，還有質在裡面，有時候我們三個人分地瓜，一起合作做的，先把大中小全部先分，大的又分漂亮跟不漂亮，這樣又更細膩，再來就你一個、我一個一直分，最後會出現有多的出來這又牽扯到文化，有兩種，第一是分的時候一定有一個老人家，好像是公平的仲裁者，在監督、看我們分，所以我們剩下的、多餘的就都給他拿走，同樣的在分的當下，如果田是我的，然後你耕種，我們兩個人分、你比我多歲，雖然土地是我的，你可能是三分之二，我是三分之一，到今天這還是進行式，所以我們分法有好幾種，肉也有肉的分法…那才叫我們認為的公平。

R：所以絕對不是量的平分，是在傳統裡面所謂的公平。

A：你看豬的部位哪個是屬於王族的、是貴族的，平民不能分那些肉，那是只有貴族幾個家在分，平民該分到的肉是哪裡，因為質不一樣，我們生活需要不能考慮到量，還要考慮到質、考慮到文化。(20190322 訪談-平和部落)

3.排灣族使用估算來處理財產相關的事務

排灣族傳統上是一個分享的社會，財產通常是指土地（傳統領域），是部落共享的，頭目扮演著代管和分配的角色，依據各家的人口數或耕作產量，來決定與分配各家耕作面積的大小。而各家收成後，除了供各家生活所需外，需將收成的部分依比例來繳交給頭目（稱為納貢）。納貢就是現今納稅的概念，納貢的作物並非全部給部落領袖來使用，有部分要繳交到公庫，以照顧部落中較弱勢或收成不好的個人。納貢雖然有約定俗成的比例，但不會確實的依據比例來繳納或點收，而是以估算的方式來進行。

R：還有在傳統生活中，會去數自己的財產嗎？

F：原住民是一個分享的社會，財產就是所謂的傳統領域，所謂傳統領域就是指部落的傳統領域，在過去的制度來說，是共享的。在以前譬如說你家開墾這座山，頭目會分配這部分就是你的區塊，做到的東西，你家吃飽之後，多的東西就拿出來，大家分享…他們以前沒有所謂的個人財產。

專論

R：都是頭目的。

F：都是大家的，也不能說是頭目的…頭目的思維是，你給我的這些納稅的東西，我會拿來扶助那些可能收成不好、無法耕作的弱勢，因為他是這個土地的管理者，他是要平衡這裡面的居民，他被授權要做這樣的事情。
(20180503 訪談-安朔部落)

C：過去我經驗是他不會限制，依人力單位做農作範圍面積，所以人口多當然範圍大。(20180413 訪談-土坂部落)

R：剛有說用十分之一納貢？

C+D：那是大概。

D：按誠意，還是要納稅，但是因為納稅不是給頭目，要納到公庫。(20180331 訪談-土坂部落)

(二) 量與實測

1. 排灣族沒有發展量的普遍單位，採個別單位進行測量

無論在長度、重量、面積、或容量等量的測量上，排灣族傳統文化中都沒有發展出普遍的測量單位，而是透過生活中隨手可得的物品，作為個別單位來進行測量。例如：分肉時以手扠為基準來分、獵物如山豬以獠牙大小來判別其大小、以碗或甕為單位來量容量、以手扠 (*tadjekuacan a lima*) 量身材 (如圖 1)、以手扠量和跨步長寬 (*tadjekuacan*) 量長度、以月桃鞞 (成人兩大步寬) 丈量房子和柱子等，都是生活中隨手可得或是利用身體的部位來進行測量。另外、在時間的測量上，會以太陽 (*qadaw*) 和月亮 (*qiljas*) 來測量天數、以滿月來作為一個月、小米收穫來代表一年等。在測量單位中比較特殊的是面積的部分，傳統上會以石頭來標記土地的大小和範圍，但是在開墾梯田和建造石板屋時，發展出一個普遍使用的單位，*tavangavangan*，約 6 尺見方的大小，和一坪的大小相同。

F：在分東西時沒有單位，第一先分部位，剩下的東西才再分，沒有在秤重的…
從前生活以物易物，沒辦法用秤斤秤兩…

…

F：像以前的豐年祭，七八月份時，以前比較注重的是稻子收割完畢後的 29 個太陽 30 個月亮來算，就會來舉辦… (20180503 訪談-安朔部落)

E：拿什麼容器來裝就是用那個來當它的單位（20180413 訪談-土坂部落）

D：用手扠，我們要做多高的，我們就會量幾步。如果是要量大型，像石柱，我們就會用月桃葉，說大概月桃葉的幾次。（20180517 訪談-土坂部落）

J：我們大概就是有一個 tavangavangan，這個概念就相當於一坪，6 尺見方，大約就是這樣。（20190322 訪談-平和部落）



圖 1 用手扠量做衣服

2.量的比較並不精確，但都具有參考點

在量的比較上，可分為主觀感官及參照單位：以主觀感官比較量時，如重量和大小，分切肉時，以先到者的手扠為基準，以視覺大小來均分與比較，也會用手來感受重量是否相同；以參照單位比較量時，如長度，當決定五年祭的祭桿長度時，並無固定長度，先將所有祭桿的前端對齊（圖 2），然後依照社會位階的高低，先從祭桿前端排列出階級的差異性（需要進行討論），再從祭桿底部拉出齊平線，鋸掉後即為各個祭桿的長度。這樣的過程使階級最高頭目的祭桿長度最長，圖 3 為示意圖。而在時間的判斷上，會依據自然的現象（如太陽位置）或是生物生態（如飛鳥習性和叫聲），來判斷目前的時間。也就是說，傳統文化中對於量的比較和判斷並不要求精準，但都有相對應的參考點來進行判斷與比較。

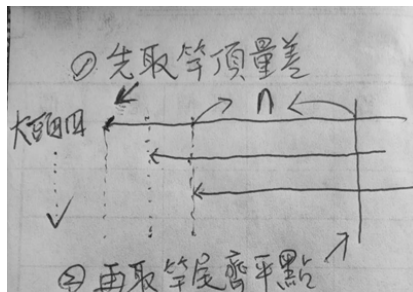


圖 2 五年祭測量祭桿長度圖(土坂部落) 圖 3 祭桿長度測量歷程示意圖(F 提供)

C: …假設我是施禮者，你是殺豬的，每塊肉分出來他會稍微…

R: 去惦一惦。

C: 對，這個比較輕、多加一點。

…

E: 要進到祭場刺球以前，全部竿子須確認竿子長度，丈量方式是以大頭目的長度為基準，依照階層減短長度。頂部頂著，然後鋸尾巴(底桿)。(20180413 訪談-土坂部落)

D: kadjamadjaman 日出的時候，老人家就會看太陽照哪裡就說快中午了，或者是看影子，說我們要吃飯了 kencengelj。但是下午就是 masulem anga 天色要暗了，maledep anga 太陽正要漫過這個山頭，意思是要下山了。(20180517 訪談-土坂部落)

A: 不是只有金星的位置，到了晚上根據晚上的時間…以月亮的移動。

J: …高山上的雞比較敏感，大約我們凌晨三點就會叫第一聲，凌晨四點就第二聲，老人家就講現在是什麼時間，叫做時分，什麼時分。(20190322 訪談-平和部落)

G: …如果飛鳥還在跑或是在吃東西，就是早上。鳥不出來吃東西或是已經要睡覺…就是黃昏。有些是看雲，高海拔的雲，早上會在下面，天氣暖和了就會在上面，到了傍晚又會往下，可是早上跟晚上的雲的位置可能會不一樣。(20180621 訪談-古樓部落)

二、傳統文化中以參考點進行定位，幾何形體有實用和文化的意涵

如同對於時間的判斷，排灣族傳統文化中也透過參考點來進行方向的判斷，包括大自然和人為的參考點。例如：太陽就是大自然的參考點，面對太陽出來的方向，左右手的方向就代表著北和南（20180621 對 G 的訪談），或以山的陵線來做為方向判斷的基準（因為山的陵線不會改變，20180503 對 F 的訪談）；而人為的參考點包括以折樹枝、砍樹皮做記號、或以工寮為參考點，依據個人的習慣而定，有的人習慣在大樹下面用刀切一片；有的習慣撕左邊的樹枝，有的習慣用右邊的，透過這些人為參考點的記號不但可以避免迷路，甚至還可以知道什麼人經過這裡（20180621 對 H、I 的訪談）。

除了方向的定位和判斷之外，排灣族傳統文化中的幾何概念，大都出現在平面圖形和立體形體上，圖形和形體除了有實用和美觀的功用外，還具有文化的意涵。例如：在傳統服飾、雕刻、或文物中，經常可見三角形、菱形、圓形和四邊形等簡單幾何形狀，尤其以三角形和菱形最常見，因為三角形和菱形來自排灣族的守護神百步蛇，百步蛇的側紋為三角形、肚紋為菱形，所以菱形代表百步蛇（三角形也是），具有守護之意，經常出現在編織和樑柱上，如圖 4；而圓形代表太陽，四邊形代表土地，每一種幾何形狀都象徵著生活周遭的事物。除了幾何形狀外，還有如人形紋（圖 5）代表土地、山川，象徵著個人的社會階級。蝴蝶代表著手腳敏捷，所以蝴蝶紋代表是工藝世家，而手紋中的點代表小米。此外，人形紋和百步蛇紋在排灣族文化中是尊貴的象徵，只用於頭目，平民不會使用。也就是說，幾何形狀除了反映出生活周遭的事物外，也象徵著身分（階級）和職業，具有文化的意涵。

- D：…排灣族的文化裡面菱形代表百步蛇 kamavanoan，他會出現在第一位階的服飾上，會出現在樑、石柱上，是因為每一個族群，像我是太陽生的，但是由百步蛇照顧，有的家族會說我是百步蛇的後代，等於他的位階…
- R：菱形代表守護的意思，那三角形呢？
- D：其實一樣，可能畫的位置不太一樣，可能是蛇腹紋，他會有一點點菱形，蛇的側邊是三角的。
- R：平民就不能有這些形狀？
- D：完全不行。
- R：除了菱形跟三角形，還有其他的幾何形狀會應用嗎？
- D：最常看到是這兩種，但是我們會去表示位階的是人形紋。
- R：會有太陽紋嗎？
- D：有，他有圓形還有綻放的光芒。
- R：圓形也是常用的形狀？

D：對，而且經常會出現。

R：基本上不會出現梯形或是平行四邊形？

D：四邊形有，在手紋，表示土地…還有一點一點代表小米粒的意思，其實很多在手紋上面呈現的圖案，像這樣表示位階，手紋裡面類似這樣代表森林，界線的意思。

…

D：現在的看到的都是人形紋，要按照位階去做…如果有看到蝴蝶，他的衣服是很早以前的，就有意思了。近代你看到用蝴蝶可能只是因為好看，蝴蝶的意思在排灣族的社會代表敏捷的意思，他手腳很好，很會做工藝。過去傳統文化裡面我賜給你，未來你就是要做工藝，身上有賦予蝴蝶的話，就代表他的 vuvu 們過去是做工藝的…（20180517 訪談-土坂部落）

R：三角形、菱形這些形狀，是不是有代表不同的含意？

J：在排灣族很簡單就是一些百步蛇的飾紋。

R：所以都是三角型出發延伸出來。

J：你看到的菱形、三角形也好，看是從蛇的背面還是側面，側面一定是三角，背面一定是菱形，所以我們認為這樣的概念都來自百步蛇的蛇紋。

R：會有圓形嗎？

A：有呀，太陽。（20190322 訪談-平和部落）

F：百步蛇的菱形圖、人形圖，基本上都是用菱形圖做變化，早期技藝還沒有那麼多時，應該都很單純是菱形圖跟人形圖…當時比較計較的就是背後不能隨便出現百步蛇和人形圖，那是頭目才可以的，從衣服上也把你分清楚貴族的階級劃分…有些百步蛇守護的意思，加入人形圖連串下來。

R：人形圖是甚麼意涵？

F：人形圖有很多種，代表土地、山川，甚至像我們家族就有四人頭的頭像，對稱的幾何圖案，就是我家族過去規模蠻大的，我們只差沒有軍隊就成為國家，稱為「酋幫」。（20180503 訪談-安朔部落）



圖 4 編織中的菱形



圖 5 編織中的人形紋

三、排灣族數學概念的發展基於實用的基礎，未建構系統化的知識體系

排灣族傳統文化中所發展的數學概念整理如表 6。從表 6 來看，傳統文化中所發展的數學概念有限，而且都是源自於生活的需求，以及反映傳統的文化或價值觀。例如：傳統生活中不太有使用大數的機會，因此發展到萬的單位，且萬的排灣語 *ulav* 是表示「太大而忘掉」的意思；生活中有分的需求（分享獵物、分配耕地等），但分的概念不僅考量到量的平分，還考慮到質（階級、人力等）的層面；有判斷空間與個人所在位置的需求（如打獵），則利用自然景物和人為的記號來做為參考點，以便判斷方向；透過將自然現象和事物圖形化，將所得出的形狀，如圓形和三角形，融入到生活用品和藝術品的創作中，且具有文化上的意涵（如象徵身分）。意即，排灣族傳統文化中所發展的數學知識，源自於生活相關問題的需求，在考量文化的價值和意涵上，並無將上述的數學概念進一步抽象化或精確化的需求，加上缺乏相對應的符號，因此發展與建立的數學知識有限，而且屬於非系統化與抽象化的知識體系，因為沒有實際生活上的需求。近年來，有些學者主張，以傳統文化中所建立的知識體系，來做為原住民學校或實驗學校課程的主軸，但從本研究對於傳統文化中數學知識探詢的結果，發現所建置的知識體系因為源自於生活的實用需求，加上缺乏抽象符號的發展，以及特有文化的價值與考量，這三個因素使排灣族傳統文化並沒有形成系統化與結構化的數學知識體系（如圖 6）。若僅以傳統文化建置的知識體系作為學校課程的主要來源，將無法使學生學習到完整的數學知識，以及數學知識或概念之間的順序與關連，而影響學生日後修讀更進階數學的學習表現。

表 6 排灣族傳統文化所發展的數學知識體系

主題	內涵		
數與計算	計數系統	10 進位	最大到萬 (<i>ulav</i>) 位
	計數方式	石頭、結繩或劃記	標記數量和重要日子
	分數	有部分/整體概念	簡單單位分數，如一半
	小數	無	用鳥喙代表小數點，表示錢
	估算	財產分配	分配耕地面積大小、納貢
量與實測	測量單位	個別單位	以身體部位或器物為單位
	量的比較	主觀感官與參考點	根據主觀或自然現象來判斷
幾何	定位	自然和人為參考點	標定空間與個人的關係
	形體	簡單幾何形狀（體）	圖形化自然現象和事物

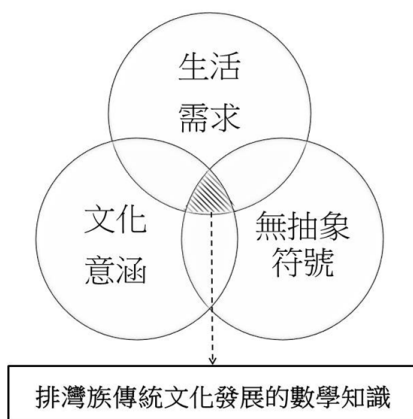


圖 6 排灣族傳統文化發展數學知識形成關係圖

本研究得出上述的結果後，為了再次確認結果的正確性與代表性，邀請兩位不同背景的受訪耆老 A 與 E 來進行檢視與確認：前者長期投入原住民文化教育以及相關教材的編輯，包括鄉誌與學校文化教材；後者為地方文化事務工作者，擁有辦理文化活動與祭典的豐富經驗。A 與 E 兩位耆老都確認本研究結果的合適性。再將本研究結果與相關文獻進行比較（針對排灣族數學概念進行探討的文獻很少），發現呼應文獻中指出排灣族的數詞到萬（蘇意雯，1994）、用個別單位進行測量（陳枝烈，2010；蘇意雯，1994）、分東西時不單僅考慮量的平分（高慧蓮、張靜儀、蘇宇萍、徐玉雲，2011；陳枝烈，2010）、以及會以大自然的現象來進行位置的判斷（陳枝烈，2010）。過去相關研究大都針對某些個數學概念進行探討，而本研究則以過去各族群在不同活動中所發展的數學知識為架構（Bishop, 1988），並從不同的數學主題來建置出排灣族傳統文化中所蘊含的數學知識，期能提供更完整的面貌供後續研究者參考。

伍、結論與建議

本研究根據從各民族普遍從事的六個活動中（Bishop, 1988），來透過耆老的訪談與示範，來探詢排灣族傳統文化中所建置的數學知識，以作為目前推動原住民實驗教育課程發展的參考。結果發現，排灣族在傳統文化中，在數與量的概念中，發展了 10 進位計數系統（最大位數到萬）、有初步的部分整體的概念（簡單單位分數的語言）、發展估算的策略、以及使用生活中的個別單位來進行測量；在幾何概念中，透過自然和人為的參考點來進行方向的判斷，同時也將自然現象和生活事物圖形化，將圖形化的幾何圖形應用在日常生活用品或藝術品上，且象徵著特定的文化意涵。排灣族傳統文化發展的數學知識體系，源

自生活的需求及反映文化的意涵，在沒有發展抽象符號與生活需求不高的前提下，並未發展出系統化與結構化的數學知識體系。

在重視原住民教育政策的脈絡下，研究者根據研究發現提出以下的建議，供未來研究者和學校參考。首先，關心原住民教育主體性的學者或相關人員，希望可以建置原住民族自己的知識體系，以利文化價值的認同與傳承(周水珍、葉素玲，2012；洪清一、陳秋惠，2014)。未來其他原住民族意圖建置自己傳統文化中發展的數學知識體系，可以參考本研究的架構與做法，應可逐步地了解各族群文化中所發展的數學知識；其次，雖然其他原住民族有其獨特的文化，但是和排灣族一樣，都有生活的需求、文化的意涵、及缺乏文字與符號等現象，可以合理的推論各族群所發展的數學知識體系，同樣偏向非系統化和結構化的知識體系。因此，不宜完全以傳統文化所發展的數學知識體系，來取代學校的數學課程，這將影響學生後續數學的學習與發展；最後，對原住民實驗學校在發展具有文化特色的數學課程時，可以參考傳統文化中發展的數學概念，以該概念的文化背景為素材，結合該概念在學校數學課程中的教材地位，透過順序化與結構化的方式，來形成數學補充式課程，提供學生從「文化而來、往數學而去」的數學學習經驗，以達成實驗教育在文化傳承與學力提升的目標。

參考文獻

- 周水珍、葉素玲(2012)。原住民族文化的建置與傳承－文化基本教材的編輯與運用。**台灣原住民族研究季刊**，5(4)，1-28。
- 洪清一、陳秋惠(2014)。以文化－本位課程模式建構原住民族教育之探究。**課程研究**，9(2)，1-21。
- 紀惠英(2001)。**山地國小數學教室裡的民族誌研究**(未出版之博士論文)。國立臺灣師範大學教育心理與輔導研究所，臺北市。
- 徐偉民(2019)。原住民文化融入數學課程的發展：以一所實驗小學為例。**教育研究集刊**，65(4)，77-116。
- 高慧蓮、張靜儀、蘇宇萍、徐玉雲(2011)。排灣族教師教學個案研究－文化融入數學課程的教學反思。**屏東教大科學教育**，34，56-72。
- 陳枝烈(1997)。**臺灣原住民教育**。臺北市：師大書苑。
- 陳枝烈(2010)。**原住民族教育－18年的看見與明白**。屏東縣：屏東教育大學。

專論

- 黃志偉 (2002)。文化傳承的種子—原住民學童學習母語歷程之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺東師範學院教育研究所, 臺東市。
- 潘宏明 (1996)。花蓮縣原住民國小學童數學解題後設認知行為及各族原住民固有文化所具有的幾何概念之調查研究。行政院國家科學委員會專題研究計劃報告 (NSC-84-2511-S-026-006)。臺北市: 行政院國家科學委員會。
- 簡淑真 (1998)。文化與數學學習關係初探: 以蘭嶼雅美族為例。臺東師院學報, 9, 283-306。
- 譚光鼎 (1998)。原住民教育研究。臺北市: 五南。
- 蘇意雯 (1994)。民族數學在臺灣。科學月刊, 25 (2), 140-145。
- Artzt, A., & Armour-Thomas, E. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher: A guide for observations and self-assessment*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bandeira, F. A., & Lucena, I. C. R. (2004). *Etnomatemática e práticas sociais* [Ethnomathematics and social practices]. Coleção Introdução à Etnomatemática [Introduction to Ethnomathematics Collection]. Natal, RN, Brazil: UFRN.
- Barton, B. (2009). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. New York, NY: Springer.
- Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.
- Borba, M. C. (1997). Ethnomathematics and education. In A. B. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in mathematics education* (pp. 261-272). Albany, NY: State University of New York Press.
- Carraher, D. W. (1991). Mathematics learned in and out of school: A selective review of studies from Brazil. In M. Harris (Ed.), *Schools, mathematics and work* (pp. 169-201). London, England: Falmer.
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática* [Ethnomathematics]. São Paulo, SP, Brazil:

Editora Ática.

- Ensign, J. (2005). Helping teachers use students' home cultures in mathematics lessons: Developmental stages of becoming effective teachers of diverse students. In A. J. Rodriguez & R. S. Kitchen (Eds.), *Preparing mathematics and science teachers for diverse classrooms: Promising strategies for transformative pedagogy* (pp. 225-242). Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum.
- Ernest, P. (1998). A postmodern perspective on research in mathematics education. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 71-85). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. In A. J. Bishop, M. A. K. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 909-943). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.
- Kisker, E. E., Lipka, L., Adams, B. L., Rickard, A., Andrew-Ihrke, D., Yanez, E. E., & Millard, A. (2012). The potential of a culturally based supplemental mathematics curriculum to improve the mathematics performance of Alaska native and other students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 75-113.
- Leonard, J., & Dantley, S. J. (2005). Breaking through the ice: Dealing with issues of diversity in mathematics and science education course. In A. J. Rodriguez & R. S. Kitchen (Eds.), *Preparing mathematics and science teachers for diverse classrooms: Promising strategies for transformative pedagogy* (pp. 87-117). Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum.
- Lipka, J. (1994). Culturally negotiated schooling: Toward a Yup'ik mathematics. *Journal of American Indian Education*, 33(3), 14-30.
- Lipka, J., Webster, J. P., & Yanez, E. (2005). Introduction: Factors that affect Alaska native students' mathematical performance. *Journal of American Indian Education*, 44(3), 1-8.
- Lipka, J., Yanez, E., Andrew-Ihrke, D., & Adam, S. (2009). A two-way process for developing effective culturally based math: Examples from math in cultural context. In B. Geer, S. Mukhopadhyay, A. Powell, & S. Nelson-Barber (Eds.),

Culturally responsive mathematics education (pp. 257-280). New York, NY: Routledge.

Meaney, T., Trinick, T., & Fairhall, U. (2013). One size does not fit all: Achieving equity in Māori mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 235-263.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Nunes, T. (1992). Ethnomathematics and everyday cognition. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-573). New York, NY: Macmillan.

Rodriguez, A. J. (2005). Teachers' resistance to ideological and pedagogical change: In A. J. Rodriguez & R. S. Kitchen (Eds.), *Preparing mathematics and science teachers for diverse classrooms: Promising strategies for transformative pedagogy* (pp.1-16). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(2). 32-54

Investigation of the Mathematics Knowledge in Traditional Paiwan's Culture

Wei-Min Hsu

The aim of this study is to investigate the mathematics knowledge in traditional Paiwan's culture by interviewing tribe elders through case study method. Based on the framework of Bishop (1988) which pointed out the relationship between mathematics knowledge and human culture, the author designed the outline of interview. Ten Paiwan's elders were interviewed with 13 semi-structured items in total. The results indicated that the mathematics knowledge in Paiwan's traditional culture could be classified into number, measurement and geometry. In the domain of number, base-ten numeric system was used for daily life, and the biggest number was ten thousand. They have the concept of division, but equally divided was not the crucial consideration. The concepts of fraction and decimal were not developed. People usually used a metaphor to describe extremely large or small number. On measurement, they used specific object such as a span to measure the length, or observed the natural phenomena such as location of sun in the sky to know the time. On the concepts of geometry, some geometric shapes that were often appeared on the artificial cultural and art products, such as triangle, came from images of animals and natural with special culture meanings, or naturally formed by its making skills and methods. The development of mathematics knowledge in Paiwan's traditional culture were emphasized on the practical utility of life and the meanings of culture. Paiwan people did not develop the generalization of mathematics knowledge because of lacking of words record and adopted apprenticeship to learn professional skills. They also did not build an abstract and systemic mathematics knowledge.

Keywords: case study, knowledge system of indigenous people, Paiwan people, traditional culture, mathematics knowledge

Wei-Min Hsu, Professor, Department of Education, National Pingtung University

Corresponding Author: Wei-Min Hsu, e-mail: ben8535@mail.nptu.edu.tw

