

兒童數學繪本之開發與試用

黃家緯* 楊德清**

本研究之主要目的在探究研究者自行開發之兩套數學繪本的歷程與實際試用於國小四年級數學課室之適切性。採質性研究法，邀請 14 位國小四年級學生與三位國小在職教師參與本研究，以探究繪本之開發歷程，以及實施數學繪本於小學四年級課室之適切性。本研究之兒童數學繪本的開發歷程經過三個階段進行，亦即首先選擇欲開發年級之單元與著手撰寫故事文本、其次藉由在職教師與數學教育專家之建議進行內文之修改、以及最後將修改後之故事文本轉換成圖文並茂之繪本。接著試用期間，透過與在職教師之訪談、學生的回饋以及研究者本身的教學反思，來探討數學繪本試用於小學四年級數學課室的現況；研究發現所開發之數學繪本適用於國小四年級課室。

關鍵字：小學四年級、開發歷程、數學繪本

* 作者現職：國立嘉義大學數理教育研究所碩士生

** 作者現職：國立嘉義大學數理教育研究所終身特聘教授兼任副校長

通訊作者：楊德清，e-mail: dcyang@mail.ncyu.edu.tw

壹、前言

長期以來學校的數學教學，由於教師過於強調知識之傳授，因而忽略了數學與生活之連結，以至於數學不為多數學生所喜愛（鍾靜，2010）。同時由於學校教學重視知識結構之發展、忽略情意以及生活與數學之連結，使得數學成為無用之學（楊茂秀，2008；Reys & Yang, 1998）。再加上數學教科書的內容通常為了數學結構上的嚴謹性，在編排的方式很難去考量到學生的學習興趣，導致教材刻板生硬，學生不僅缺乏學習動力，更導致數學總是被學生列為最討厭的學科（黃敏晃，2003；Duguid, 2005）。事實上，數學與生活的連結性高，數學若淪為傳遞知識之用，缺乏生活之應用，學生的學習興趣與動力會降低。傳統的教學與機械性的算則，只會讓學生對數學更加反感；而且我們正進入一個嶄新的世紀，以往傳統的數學課程中，那些複雜的計算，在現代都可以被一臺便宜的計算機所取代（Case & Sowder, 1990），所以種種理由都可以發現數學教育者更應該思考課室中學習數學的多樣性發展（Yang, 2005），例如，數學繪本融入小學數學課室的適當性與正當性（Price, 2011）。

Conaway 與 Midkiff（2004）指出閱讀數學繪本的過程中，可以連結語文和數學兩種學科，以最自然的途徑理解觀念與奠定基礎。美國數學教師學會（National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]）所出版之學校數學課程與評量標準（Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics）（NCTM, 1989）建議將兒童文學融入小學數學課室中，並提倡以數學繪本作為傳遞數學概念之媒介。Harris（2004）也認為以數學繪本連結小學課程（如閱讀與數學解題相關之繪本或故事書），不但可以鼓勵學生融入故事中，更可以讓學生理解「數學」是如何被應用在生活中。Anderson、Anderson 與 Shapiro（2004）的研究亦指出繪本在數學學習上，可以建構一個相當有價值的情境，同時以繪本閱讀的學習方式，也深受數學教育者認同。許多數學觀念的呈現其本質上是抽象符號的表徵，對學生而言是陌生且不具體，繪本在故事情境中適度的使用插圖、鋪陳故事脈絡和以學生熟悉的語言表達數學內容，使學生學習數學更有參與感，也提供數學教育者有機會去與學生討論想法與數學概念（Ward, 2009）。繪本更可以當作數學概念的跳板，以情境的方式引導，學生可以在真實生活情境中探究數學概念、樣式、解題，進而將數學價值傳達給學生（Hellwig, Monroe, & Jacobs, 2000）。真實生活情境原本即具有多樣性，繪本透過文字的描述、圖形的搭配，將生活的多樣性融入繪本中，使學生能夠從熟悉的情境中學習數學，將更增添學習效果。上述的說明指出數學繪本融入數學課室具有多樣性的優點。

基於上述動機，學生較容易接受以繪本來學習數學，繪本中的設計以真實情境為本進行故事鋪陳，貼近日常生活，學生較容易進入抽象的數學世界。筆者思考，如果可以將數學與文字結合成數學繪本，學生是否可以有不同的學習

方式？且國內外與數學繪本相關之研究，重點多擺在繪本與數學教學之應用(林霜吟、吳順發，2014；莊美玲，2015；張麗芬，2009；黃琬懿、鍾靜，2016)，對於開發數學繪本之研究則是少之又少；加上目前國內較有名的繪本，如：魔數小子等大多都是國外翻譯而來，翻譯文學之缺點是很難將原文原始的意義與語境做恰當的配合。小學低年級在皮亞傑的理論中是處於具體操作階段(Piaget & Inhelder, 1967)，以建構感知最小的基模，進而使各項能力可以發展得更為完備，在數學符號的認知與公式之使用更是仰賴基模的建立，才能在數學能力的發展上更為順利。因此，銜接到小學中年級的學生正值大量閱讀啟蒙的階段，於數學計算無問題的學生，很有可能在解答文字問題時產生語意錯誤或是閱讀困難的問題，進而間接影響孩童數學解題與學習數學之困難。因此，本研究著手開發四年級數學繪本，利用繪本生動有趣的媒介，幫助四年級學童可以在閱讀中建構相對應的數學知識，藉此發展國內自行開發數學繪本，並將其融入國小數學課室，以探究數學繪本融入國小四年級數學課室之可行性。本研究擬開發之數學繪本的特色將兼具文學色彩、插圖的融入、以及數學語言，繪本中不僅顧及數學語言之使用，也會注意文學內涵與適當圖形的融入。因此，在開發繪本的情節上將以真實情境為主，並且思考在閱讀的過程中安排一些可以讓師生對話的機會，進而使閱讀繪本中的數學概念達到學習數學的功用。基於上述目的，本研究之研究問題如下：

- 一、 探究數學繪本開發之歷程為何？
- 二、 檢驗所開發之數學繪本是否適合於四年級學生使用？

貳、文獻探討

一、數學繪本的意義、特徵與重要性

(一) 數學繪本的意義

Marston (2014) 指出數學繪本之定義包含數學內容文本與圖片的繪本，內容大多為敘述性或描述性文字為主，並且將數學繪本分為三類：

1. 感知型 (Perceived)：感知型數學繪本之定義為繪本寫作目的以故事敘述為主，非以數學概念為主，不一定會包含數學概念與內容。

2. 明確型 (Explicit)：明確型繪本之定義為繪本的寫作目的相當清楚，以教導一個或多個數學概念為寫作主體，這類的書類似數數書 (counting books) 或是交易書 (trade books)。

3.嵌入型 (Embedded)：嵌入型繪本定義為寫作繪本的目的即是兼具文學色彩與數學語言，繪本中不僅顧及數學語言之使用，也會注意文學內涵。

林霜吟、吳順發(2014)的研究指出，數學繪本乃是結合圖畫與文字二者，互相調和搭配，並共同擁有敘述之作用，共同編織出完整的故事內涵。綜合上述研究之論點(林霜吟、吳順發，2014；Marston, 2014)，本研究定義數學繪本即是以敘述性文字或是描述性文字為文本以傳遞淺顯易懂的數學概念，且在繪本中融入大量生動有趣的圖片，以文字和圖片相輔相成的合作下，幫助兒童建立與日常生活連結的數學知識。

(二) 數學繪本的特徵

數學概念常常會以許多不同的抽象的方式呈現，這些複雜又抽象的概念對多數的孩子而言不容易理解，然而透過繪本中的文字敘述搭配圖片的呈現，可以讓學生更容易理解與學習(林義雄、陳澤民譯，1991；Lowe & Matthew, 2000)。繪本中故事情節與圖像內容，可以當作數學教學上的引起動機外，也可以強調數學概念，讓生冷的數學課堂增添了许多趣味性。此種生動有趣的故事情節搭配圖片的結合，此即為數學繪本的特徵。

編排適當的繪本並透過真實生活情境的融入，可以讓學生學習到有意義的數學概念外，而繪本中有意義的情境更能擴展學生的數學知識(Lowe & Matthew, 2000; Martinez & Martinez, 2001)。數學繪本融入數學課室的教學可以讓學生在課堂中增加討論數學概念的機曾，從討論的過程中加強學生在數學概念上的理解與溝通能力(Gailey, 1993; Jenner & Anderson, 2000; Martinez & Martinez, 2001; Murphy, 1999)。因此利用數學繪本教學，學生在課堂中期待參與書中的數學冒險，繪本中故事情節與生活情境巧妙連結，這些都會讓學生能夠將學到的數學概念自然地融入日常生活中，並體驗到學習數學是有趣的也處處與生活相關聯(鍾靜，2012；Lowe & Matthew, 2000; Meghan, n.d.)。這些都是數學繪本的特徵。

(三) 數學繪本的特徵數學繪本的重要性與教育性

林霜吟、吳順發(2014)指出，繪本之教育功能有養成閱讀習慣、增進認知學習、促進語言學習、豐富生活體驗、提供想像素材、造就創新能力、以及激發多元智慧等。Kinniburgh 與 Byrd (2008) 的研究指出繪本整合於數學課程中可以讓數學課比傳統課室變得更活潑與生動，而且好的繪本可以創造積極的數學學習環境，更可以讓課室中的學習結合生活經驗。Price (2011) 認為閱讀數學繪本，不僅可以增進兒童數學的學習成就，更可以讓兒童看到「數字」在真實生活中的應用；數學在繪本中的呈現是有趣且不單調，進而發展兒童溝通

能力與表徵能力。van den Heuvel-Panhuizen、van den Boogaard 與 Doig (2009) 認為透過閱讀數學繪本可以刺激學生的數學思考，如幾何領域、表徵與測量，也可以提供有意義的脈絡讓兒童學習數學，幫助兒童發展概念與語言，更讓兒童有機會進行數學對話與互動。Whitin (2004) 提出數學繪本是探究估計想法的重要媒介物，在書中會提供討論數學的自然情境，當然這其中也包含了估計策略的呈現。Marston (2014) 的研究中提到，老師總是熱衷於使用繪本教學，不僅可以在固有的課程中引起學生樂趣與動機，並可以發展兒童知識與閱讀能力。

數學繪本提供數學課室一個有脈絡的數學學習架構，可透過輕鬆、有趣、沒有壓力的途徑，以引導學生理解數學和動手玩數學，體會數學在生活中的實用性。不僅在知識與技能上對兒童的學習有幫助，更重要的是，數學繪本提供孩童一個與數學進行對話的機會，用自己的言語去理解數學語言，不僅可以更深入了解數學概念，更在對話中建構與發展數學知識(林霜吟、吳順發，2014；Kinniburgh & Byrd, 2008; Marston, 2014; Price, 2011; van den Heuvel-Panhuizen et al., 2009; Whitin, 2004)。且數學繪本提供非制式的數學教學，不僅不會限制兒童的數學思考，對於培養學生對數學的感覺更是個很好的途徑。

二、數學繪本開發之相關研究

Adams 和 Lowery (2007) 指出繪本中的情境貼近生活經驗，學生會自然的以生活經驗為基礎解題，且繪本中會融入較為複雜的數學語言，藉由繪本的情境引導，可以發展學生較順暢的數學語言，進而溝通彼此的想法以建立數概念，學生使用數學術語將更有效率，進而幫助學生建構數學概念。文字稿對於繪本而言，是除了圖片外，最重要的構成因素，在兒童階段，需透過老師、家長或是成人「念」繪本來協助兒童了解故事內容；文字內容不只要傳達故事，還要創造繪本的節奏感及音樂性，這些因素將影響著能否引起兒童的共鳴(郝廣才，2006)。而數學繪本不單只有故事，有別於一般繪本，故事內容傳達的是數學概念，且數學繪本的使用主要是在幫助於學生理解數學概念進而解題(黃琬懿、鍾靜，2016)。因此文字稿的精準性非常重要，要有兒童式語言卻又不能流於幼稚，也需要有正確的數學概念，在黃承諄(2006)研究中能得知，繪本開發最重要的就是內容情節設計，其中的文字修正和如何正確呈現數學概念，皆需要與現職老師及專家細細琢磨，以求精準呈現。

郝廣才(2006)認為好的繪本，首先要了解閱讀對象，並且明白閱讀的本質，才能抓住設計要領，而廣受好評的繪本，其內容主題都非常單純，作者需必須在有限的篇幅中，利用連貫的圖片並搭配淺顯易懂的文字，來呈現故事的情節，以傳達繪本的理念。因此，郝廣才主張製作繪本應考慮幾個原則，首先畫面要連貫，故事能連起來；其次是圖畫與文字要有良好的配置，亦即繪本須

有連貫的韻律感與良好的版面設計；然後在造型上，腳色的造型必須是可愛的，方能吸引兒童的目光。兔兔竹本（2017）認為繪本故事製作的流程包含以下幾個步驟：第一是要產出繪本就先要有故事情節；第二是有了故事情節，則必須為故事配上適當的圖片，圖片則是透過網路搜尋適合故事的插圖；第三是有了圖片之後，參考選取圖片繪製本繪本的草圖；第四是草圖完成以後，為草圖畫上線稿；第五是為圖片塗上顏色；第六是為完成的圖片增加特效。

本研究之主要目的在開發適合國小四年級學生使用之數學繪本，且 Marston（2014）將數學繪本分為三類：感知型、明確型及嵌入型。嵌入型繪本之定義為寫作繪本的目的即是兼具文學色彩與數學語言，繪本中不僅顧及數學語言之使用，也會注意文學內涵。基於上述的論點，本研究將開發之數學繪本內容，將以嵌入型繪本之定義為圭臬，同時由於國小數學內容範圍廣泛，數學單元與年級的選擇為主要考量之一。因此，本研究之數學繪本開發的流程包括：選擇年級單元、撰寫故事文本、參考專家意見做修改、修改後之故事文本轉換成圖文並茂之繪本。

三、數學繪本在教學上之應用

數學，學生視為反感科目之最（Mullis, Martin, Goh, & Cotter, 2016），為了引起學生的學習興趣，教育現場的老師們無不使出渾身解數，於課程中使用多元的教學策略與素材，營造適合學習的氛圍與環境，無非都是為了讓學生可以更加開心且享受課室的活動之中，使數學的學習不再單調乏味（楊德清、洪素敏，2003）。繪本故事情境的具體，情節角色的生動對話，搭配繽紛的插圖，在此類型的教學活動下，數學概念彷彿活靈活現地學生面前起舞，使學生學習數學更加有動力，繪本融入數學教學便是一個常見的策略（Hellwig et al., 2000; Whitin & Whitin, 2004）。

研究指出學生對於使用繪本教學的喜愛程度偏高，且抱持正向觀感，願意主動接受挑戰（黃月蘭、方仁敏、劉家玉、黃慧玲、林惠蓉，2010）。繪本結合數學教學時，學生的數概念有顯著提升，在教學活動下可以統整數學知識，促進理解，並且增強學生的學習自信心，增加正向學習態度（張麗芬，2009；黃珮懿、鍾靜，2016；Casey, Erkut, Ceder, & Young, 2008）。莊美玲（2015）將繪本融入學齡前兒童的數學教學中，加法數概念的範圍表現有顯著的進步；莊美玲訪談結果發現，繪本教學豐富了原有的教科書學習資源，在這樣的幫助下提升兒童的學習成效，並激發兒童的好奇心與求知慾。

Capraro 與 Capraro（2006）從質性與量化的方法探究教師如何以適當的繪本融入幾何教學。量化結果顯示，以故事介入教學的實驗組學生在幾何概念的後測平均分數明顯高於控制組學生。質性資料的分析結果發現，利用故事介入，

老師可以幫助學生搭建鷹架，以建構其基本的數學知識；透過故事的問題引導，也可以讓學生自行發展相關的數學概念，延伸更高層次的數概念。此外，Capraro 與 Capraro 進一步指出，學生藉由閱讀可以發展數學能力，隨著故事脈絡反覆複習並加深基礎能力及概念，而且故事中所產生的數學問題提供學生一個自發性發展有意義算式的機會，而非機械式的記憶背誦。

參、數學繪本的開發

本研究開發了兩本數學繪本，即四邊形繪本和概數繪本。這兩本繪本之開發都經過了確定單元及撰寫文本、修改、及評鑑等三個階段。分別說明如下：

一、選擇年級單元並撰寫故事文本

文字敘述可以提供讀者想像空間，圖畫可以豐富讀者文字思維，傳達出故事文本欲展現之外顯和內隱的意義（林霜吟、吳順發，2014）。研究者因任教班級之便，選擇小學四年級下學期數學單元進行繪本開發。對小四學生而言，幾何單元較抽象且不容易理解，透過圖畫與情境的方式結合數學概念的發展，對兒童抽象圖形概念的理解應有幫助；故研究者認為數學繪本適合幾何單元進行編製，因此，選擇小四下的四邊形單元進行故事文本開發。另外，國內學生習慣經由計算求得正確答案，因此對於概數概念感覺較抽象；且在研究者教學的經驗當中發現四年級下學期的學生對於概數單元的應用相當不熟練，因此便選取概數單元開發數學繪本。此外，國外兒童數學繪本之撰寫是依據該國之文化背景進行，未必與我國之文化背景相契合；且翻譯文學之缺點是很難將作者原文原始的意義與語境做恰當的譯註與翻譯。因此，開發符合國內文化背景的繪本實有其必要性。以下說明本研究所開發之 2 套數學繪本之歷程：

（一）四邊形繪本題材發想

從決定好單元到設計四邊形故事繪本主要經歷了三個星期，第一個星期主要是思考題材與方向，第一個星期想出的故事題材有三個，分別是，機器人的零件保養、尋找心的小王子與四邊形凶殺案。

這三個題材都是與四邊形有關的故事發展：

1. 機器人的零件保養

機器人的零件保養主要是講述有一個機器人是十九世紀的產物，他的零件都是工業時代的標準化產物，所有的四邊形都相當正規、相當標準的四邊形，但是到了二十二世紀，所有的零件開始走向客製化，已經沒有專用的標準化零

件，在這個時代機器人設法讓自己的生命存活連接未來，必須和一個熱愛數學的小孩重新認識四邊形，打造屬於自己的零件。

2.尋找心的小王子

主角小燁是個對數學相當有趣的學生，某日在圖書館借到一本關於數學幾何的故事書，故事中是講述幾何世界的美妙與奧妙，看完書的小燁便對幾何領域著迷不已。某次在睡覺中跑進幾何世界中，與幾何世界的小王子一起尋找自己的心，最後發現原來小王子的繼承者之心便是條件最嚴苛的正方形之心。

3.四邊形凶殺案

四邊形凶殺案講述的是幾何世界在某日發生了大事，圓形小姐被殺害了，監視器也沒有任何畫面，嫌疑犯便是所有的四邊形的代表人物：正方形老爹、長方形大叔、菱形書生、平行四邊形無賴以及梯形小弟，透過三角形偵探的著手調查，最後找出了兇手。

(二) 概數繪本題材發想

概數繪本題材發想與四邊形的發想是一起作業的，因此也是經歷了三個禮拜的時間，概數繪本的想法有著四邊形繪本想法的經驗，因此會很直接的就想要加入一些比較高階的數學概念，因此就有幾個想法產生，主要的題材有兩個：概數城鎮綁架事件與如果我有一千萬。

1.概數城鎮綁架事件

概數城鎮綁架事件主要是講述轉角街是個居住著數學家的小鎮，但是出現了綁架集團，主角是個智商很高的小天才，因為妹妹被綁走，所以積極的尋找線索，進而破案的故事。在這個故事裡頭，因為概數問題研究者怕學校有提前教過，所以在故事的設定在是比較困難的題型：「有一個三位數，如果用無條件進入法取概數到十位是 680，這個三位數又是 7 的倍數，請問這樣的三位數是多少？」研究者以這道題目進行發想，設計的一個故事文本。

2.如果我有一千萬

如果我有一千萬的故事設定很簡單，就是有個貧窮人家因為撿到一張彩券去兌獎，結果中了一千萬的故事，但是沒有金錢概念的一家人，面對花錢只能利用概算的方式進行思考，最後發現原來彩券過期，不但沒有領到錢卻又浪費了三個小時做了白日夢，但是這樣的家族對話卻讓每個人對於明天更有希望，父親開始找工作，媽媽努力打掃家裡，兒子努力讀書有了獎學金可以出國留學，妹妹則是寫著小說，對於明日、對於未來有很大的夢想。

二、修改

有了這兩個繪本原案後，研究者諮詢三位在職國小老師（CT、LT 和 HT），一位是教育背景，具 23 年教學經驗；一位為語文背景，有 18 年教學經驗；一位為數理背景，有 16 年之教學經驗。並且參考數學教育專家學者的意見與想法後，訂定第一本繪本（四邊形繪本）之修改方向，第一、如果要成為繪本讀本故事情節不宜有負面情節，因此，第三個故事暫時不採納。第二、研究者自身希望幾何單元的故事內容是有趣、新鮮且夢幻，故最後選擇第二個故事原案進行撰寫，但是又怕故事文本過於簡單，故在小王子的繼承者的正方形之心做了改變，更改成黃金比例之心，希望藉由繪本的閱讀，可以帶入一些較為高階的數學知識。

而就第二本繪本（概數繪本）之兩個故事而言，第二個故事過於灰暗，恐怕學生會覺得無趣，因此研究者在思考過後便選擇了第一個故事《概數城鎮綁架事件》。但研究者希望在這個故事中加入解題推理的破案邏輯思維，因此便把福爾摩斯的人名稍微引用至故事文本當中。所以在標題的《概數城鎮綁架事件》改成比較能引起學生動機的《少年偵探夏洛克》，將主角的名字改成夏洛克，並且為小六的聰明小學生。

繪本的初稿請參與之三位在職教師審閱並提供修改意見，與在職老師（CT、LT 與 HT）之訪談分析說明如下：

為使數學繪本更貼近一般小四學校課程，與在職教師討論後，提出了以下意見：

（一）故事內容完整，細節處理得宜

兩套繪本文本就三位教育現場的老師認為，故事內容完整，劇情細節處理得宜。

R：請問三位老師看完繪本內文之後，對於故事內容有沒有任何的問題或建議？

CT：都還看得懂！整體故事大致上都算完整，但是在第一個故事而言，四年級學生看第一次可能會不太了解，但是故事劇情鋪陳相當順暢，所以小朋友看第二次的時候應該就會了解。

R：那第二個故事？

CT：第二個故事，充滿驚喜，會一直想要知道往後的劇情，而且會有畫面的呈現。但是數字的呈現過於緊湊，會令人困惑故事的劇情與數字的計算

太難連貫，對於四年級而言可能難度較高，在思考方面，可能會想要先看劇情而不會想進行數學思考。(原案 1-1)

在職老師認為從故事的開頭直到結局安排之驚喜，整體故事情節的鋪成就閱讀的過程中很有畫面，《尋找心的小王子》對於四年級而言較為容易，反而是《少年偵探夏洛克》繪本情節編排數字出現頻率太高，會令學生困惑不知道要看故事還是算數學。

(二) 嚴肅之故事文本較不易閱讀，需要老師妥善引導

三位老師在討論中也進行了兩套故事文本的比較：就情節而言，《尋找心的小王子》較易閱讀，三位老師將此繪本分別給予三、四、五年級學生閱讀，這三個年級的學生都有跟該班授課老師提及，故事很好玩也很好聽，主要差異為四年級學生對於幻想類之故事較容易接受故事中的虛幻情節，反倒是高年級生比較會有所疑惑。

R：三位老師把繪本提供給自己班上小朋友閱讀，不知道閱讀後的情況是如何？

CT：第一個故事，對高年級學生而言難度較低，可讓原本數學程度較差的學生做一個舊觀念銜接新觀念的幫助。第二個故事對高年級也是有點難度，在四年級已經學過概數的相關概念，但如果老師適當引導的話，可以幫助學生學習到更多。

R：原來如此，所以高年級的學生在閱讀上，大部分都不用老師的引導。那其他年級呢？

HT：我們班四年級的學生跟我反應了形狀的故事感覺很好玩，少部分學生覺得故事的敘述上較為幼稚，所以學習興趣不高，不過大多數的學生都很有興趣會多次翻閱，這是個很好的現象，我認為繪本對於學生之幫助不限於數學學習上，對於閱讀能力的培養也是相當重要。但是第二本對於四年級學生而言，如同詹老師所講的，沒有老師的引導，難度真的有點高。

LT：對於三年級而言，中下程度的學生光是看繪本就有點吃力，數學能力較佳的學生，在第一本繪本的閱讀上，可以不需要老師的引導，但是第二本的閱讀，即使有老師的引導下，也是頗有難度。(原案 2)

從上面的對話可以了解到不論哪個年級，學生在閱讀四邊形數學繪本時可以很快的進入故事情節，並且學習相關數學概念，這本繪本的情節設計單純，

而概念引導也較為直覺，學生閱讀與學習皆比較容易與輕鬆。相較之下概數數學繪本的劇情與概念設定較為複雜，議題較為嚴肅，如果沒有靜下心來思考與蒐集繪本中出現的線索，想要仰賴第一次閱讀繪本之印象解開繪本所給的任務是有難度的，因此需要仰賴講解故事的老師引導，才能讓學生能進入狀況並且有良好的學習成效。

(三) 數學繪本中的標點符號與字詞應標示正確

在職老師認為，如果兩套繪本未來想要成為數學課程之教材，繪本之用字遣詞與標點符號的使用上應該更為謹慎，學生在閱讀繪本時可以學習正確的標點符號用法，而在文中的用語可以更為口語化，學生容易閱讀。

R：除了閱讀與數學學習上的想法外，這兩套繪本還有什麼需要改進的地方嗎？

LT：繪本中，除了數學學習之外，也希望讓學生藉由閱讀的過程，學到不少東西，可以作為一個閱讀的訓練，但我看到有些人名沒有私名號，所以可能未來如果這兩本繪本要進入課室，需要再多次審稿，並加上正確的標點符號。

CT：畢竟是給四年級學生閱讀，所以字詞上可能需要再口語化點，有些過於太難的字詞對於學生來說，真的不是那麼好懂。如《少年偵探夏洛克》第一章的第一段「關於那些只屬於都市的恐慌，這裡幾乎都不會發生，儼然是個世外桃源。」這段話用的「恐慌」、「世外桃源」對於四年級的學生而言「儼然」是稍微艱澀的字詞。(原案3)

(四) 加強數學概念與生活的連結

《尋找心的小王子》屬於四邊形概念的數學繪本，在職老師認為繪本前半段的基礎四邊形概念介紹，在情節與學習上較沒有問題與疑慮，但在繪本所延伸的概念較為艱深，若增加與生活相關的運用，或利用圖片，學生較能理解黃金比例的概念。

R：三位老師對於繪本《尋找心的小王子》中延伸的數學觀念，有什麼建議？

CT：與其告訴他們很難理解的數據，不如增加學生們在日常生活上對於黃金比例的實體認知，感覺會比數據來的好。

LT：我認為與其強調黃金比例的長寬比例概念，不如加強與引導學生發現日常生活中與黃金比例相關的實際應用上，如：繪畫形象的比例建構、建

築的構造美感或是植物的型態比例，這些與生活情境與數學概念的連結在中年級階段的重要性應該遠大於長寬比例的概念建立。(原案4)

LT：如果圖片可以進行妥善的處理，可以讓學生看著圖片更加理解，可能會有不錯的學習效果。(原案5)

在《少年偵探夏洛克》中的情節還是著重在數字取概念部分，尚未提及日常生活取概數的實例，這是此本繪本較為可惜之處，如果在繪本中能多少提及概數在日常生活中的例子，閱讀上可以讓學生較快進入狀況，也可以讓這本繪本的概數概念更加完整。

LT：在概數繪本裡面如果可以再多點跟真實生活連結的部分，可能會比較好，比如買東西花費的估算部分，我只是舉例之類的東西，可能會比較貼近生活，也讓學生可以快速地進入概數的學習。(原案6)

彙整上述三位在職國小老師之訪談意見原案與提供想法進行修改，修改的地方有以下幾個：

- 1.四邊形繪本中，黃金比例的比例部分可能需要微調成小四生較能接受的範圍，比如不要出現比的呈現。
- 2.概數繪本的主角希望改成小四學生，營造出一種偶像的崇拜氛圍，也藉此讓學生學習，希望未來可以像他一樣破案。
- 3.標點符號以及一些冗言贅字之問題。
- 4.數學文本與繪本圖片之問題。

(五) 修改後之文本

修改後之文本說明如下：

1.四邊形繪本開發——《尋找心的小王子》

教學目標：四邊形基本概念的理解，包括新概念平行四邊形與梯形之定義與性質的理解，以及正方形、長方形與菱形概念的複習。

(1)情節：

主角小燁是個對數學相當有興趣的學生，某日在圖書館借到一本關於數學幾何的故事書，故事是講述幾何世界的美妙與奧妙，看完書的小燁便對幾何領

域著迷不已。某次在睡覺中跑進幾何世界，與幾何世界的小王子一起尋找自己的心，跑過所有地方與用盡所有方法對於繼承者之心都沒有結果，在萬念俱灰下，他們得知鸚鵡谷可能會有他們要的答案。到了鸚鵡谷，小燁與小王子發現了黃金比例的存在，也在鸚鵡谷找到小王子的向日葵之心，在這趟旅程中，小燁與小王子更明白了友誼更是珍貴之物。

(2)繪本擬達成之九年一貫分年細目與對照之能力指標：

4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。(S-2-05)

4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。(S-2-02、S-2-03、S-2-04)

2.概數繪本開發——《少年偵探夏洛克》

教學目標：概數基本觀念的理解，包括無條件進入法、無條件捨去法以及四捨五入法之概念的理解。

(1)情節：

主角夏洛克是個小學四年級學生，居住在充滿數學家與科學怪人的轉角街上，因為綁架集團的出現，使得轉角街原本和平安詳的氣氛瞬間變了調，鎮上人心惶惶就怕自己成為綁架集團下的犧牲品。某日，夏洛克與他的妹妹艾琳出遊，回到家後卻發現自己的妹妹在晚上被綁架集團擄走，夏洛克憑著過人的腦力與驚人的膽識，找到轉角街秘密警探的聚集地—鳳凰會，利用妹妹所留下的線索加上自己在現場的發現，努力推理下，找到犯罪集團的犯罪地點，並且平安救出妹妹，未來也朝著成為一名偉大的警探努力。

(2)繪本擬達成之九年一貫分年細目與對照之能力指標：

4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。(N-2-08)

三、修改後之故事文本轉換成圖文並茂之繪本

參考相關想法與意見後，研究者在第三階段將故事文本改編成有圖有文字的數學繪本形式。多數圖片由研究者自創，部分圖片較難自行完成，故上網搜尋圖片並貼上資料來源。正式完稿之四邊形繪本《尋找心的小王子》(圖 1)及概數繪本《少年偵探夏洛克》(圖 2)之前四頁分別呈現如下圖：

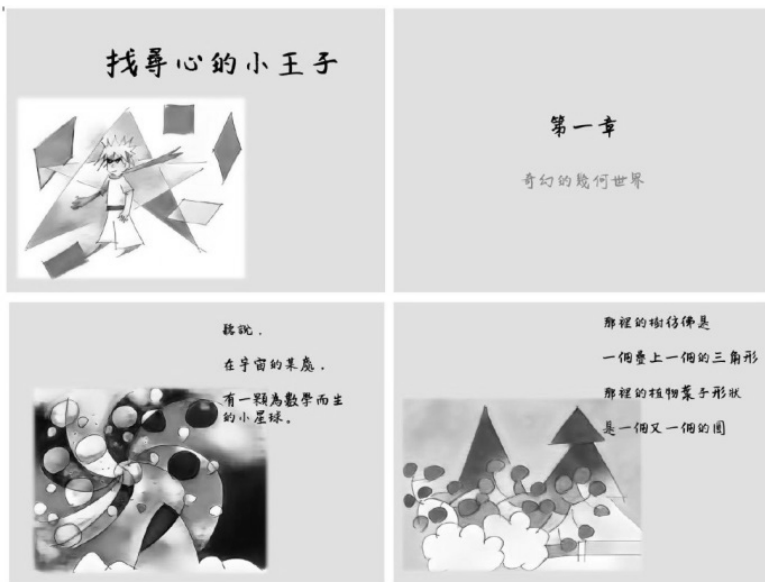


圖 1 四邊形繪本《尋找心的小王子》



圖 2 概數繪本《少年偵探夏洛克》

誠如一些研究指出數學繪本透過情境的引導，將數學概念融入生活情境

中，並能夠適時運用圖畫以豐富文字思維，進而幫助學生理解數學概念、增進學生的學習興趣、以及促進批判思考的能力（林霜吟、吳順發，2014；Adams & Lowery, 2007; Haury, 2001）。因此，在數學繪本開發初期，研究者不但依循Marston（2014）之數學繪本嵌入型繪本之定義，即寫作繪本的目的即是兼具文學色彩與數學語言，繪本中不僅顧及數學語言之使用，也會注意文學內涵；同時亦將圖畫融入繪本中。因此，本研究之數學繪本的開發歷程包括：1.確認數學繪本的發展圭臬，即生活情境的文字思維、數學概念以及圖畫三者之角色；2.選擇欲開發之年級及主題單元；3.發揮想像力撰寫故事文本，並將故事情境、數學概念與圖畫三者結合；4.請有經驗的在職老師與專家學者提供修改意見；5.再修改，以完成最後的腳本。

肆、數學繪本在教學中的試用

一、研究參與者

本研究採方便取樣法選取研究者所教授之班級，臺灣南部 14 位國小四年級學生（男生 9 名、女生 5 名）參與本研究。14 名學生皆自願參與本研究，他們對於上數學課皆無排斥與厭惡感，上課踴躍、積極發問與回答問題。研究過程中除了作者參與外，一位研究生參與協助資料之蒐集。

二、資料蒐集與分析

（一）資料收集

教學過程之資料包含教學錄影、訪談、觀察和教學省思等，皆為本研究所蒐集之資料。每一節課教學過程之錄影與訪談皆由研究助理協助蒐集。蒐集完成之錄影與訪談資料皆由研究助理協助轉成逐字稿，並由助理協助編碼成質性資料，作為日後資料分析之用。觀察則是教學過程中，研究者與研究助理隨時記錄學生在學習過程中有特殊反應之處，例如：在概述繪本的教學中研究者與研究助理皆觀察發現：「與先前繪本教學相比，此時，所有學生專心度都有提升，有學生甚至主動希望將座位往講臺挪移，因為想要聽故事看圖片找線索（20180329 觀察）」。教學省思則是研究者在教學後針對該節課上完後之反思，如：「這位學生不擅長數學，平時都是抄寫和訂正習題，很少參與課堂討論，繪本介入後，課堂反應有很大的轉變。在繪本教學中，能促使不同程度的學生願意主動學習，也可以看出繪本教學帶給學生正面積極的成效（20180306 省）」。

（二）資料分析

將所有質性資料進行編碼，藉由多方面資料來了解學生的學習狀況，並將

資料進行篩檢與分類工作，資料編碼意義如表 1：

表 1 資料編碼的意義

編碼代號	編碼代表之意義
R	指研究者
S	指班上全體學生
HS1、MS3、LS2	分別為數學能力高 (top10%)、中 (介於 40%~70%)、低 (後 20%) 程度學生。1 代表編號 1 號學生
1070305 省	指 107 年 3 月 5 日教學省思紀錄
1070305 觀	指 107 年 3 月 5 日教學觀察
1070305 訪	指 107 年 3 月 5 日訪談內容

在資料分析的過程中，兩位作者分別檢視教學錄影與訪談逐字稿，觀察和教學省思記錄表等資料，同時第二作者協助檢視第一作者所提出之證據，並從不同之人員以及不同之資料來源進行證據之三角校正。例如：第一作者之觀察資料：「與先前繪本教學相比，此時，所有學生專心度都有提升，有學生甚至主動希望將座位往講臺挪移，因為想要聽故事看圖片找線索 (20180329 觀察)」，透過如下不同的資料來源 (教學錄影逐字稿)，使得本研究之資料分析達到不同資料來源之三角校正。

「LS1：老師 (舉手) 我可以往前坐嗎？我想看圖。

R：可以啊。那我就繼續喔，在日常生活中像建築或是繪畫也很常用到黃金比例喔，比如這張圖畫還有這座建築物。

HS3：老師那是蒙娜麗莎的微笑我知道。

LS1：(跑向講臺) 老師我看我看。(原案 16)」

透過上述之分析過程，本研究所呈現之證據較具客觀性。

三、數學繪本試用於國小四年級數學課室之歷程

(一) 教學教案之規劃

本試教過程所使用之繪本有二套，每套繪本之教學共需三堂課進行，每堂課為 40 分鐘，在教學中，會保留五分鐘時間讓學生互相討論上課內容與相關問題。兩份繪本之教學教案說明如下：

1. 四邊形繪本教學教案規劃

教學目標：四邊形基本概念的理解，包括新概念平行四邊形與梯形之定義與性的理解，以及正方形、長方形與菱形概念的複習。

教學過程：

第一節【引起動機】（約需 5 分鐘）

(1)老師先詢問學生，在日常生活中關於概數的實際例子。

(2)並發下學習單，並與學生說明學習單是在老師講解繪本時需要用到的，在於讓學生自行收集線索達到幫助夏洛克解題的目的。

(3)(亮出繪本)詢問學生對於此繪本有什麼想法？

【講解《少年偵探夏洛克》第一章】（約需 30 分鐘）

(1)詢問學生知道福爾摩斯嗎？

(2)開始講故事，講故事的期間可以問問題。

比如：

①你認為夏洛克只有小四可以當一名偵探嗎？

②你認為概數可以用來解謎嗎？

③什麼是推理證明？

(3)講完第一章，提醒學生第二節課將利用自己收集到的線索進行推理與解題。

【彈性反思】（約需 5 分鐘）

請問學生在今天這堂課學到了什麼？不必介意於數學，其他領域都可以。

第二節【引起動機】（約需 5 分鐘）

(1)前情提要：稍微複習上次繪本故事的觀念。

(2)啟發：提及生活中四邊形，並說明其概念。

【講解《尋找心的小王子》第二章】（約需 30 分鐘）

(3)開始講故事，講故事的期間可以問問題。

- ①何謂四邊形？
- ②小王子的心不屬於四邊形嗎？
- ③如果小王子的心不屬於四邊形這樣會是什麼形狀？
- ④四個村落的長老念的臺詞都有意義嗎？
- ⑤如何判斷該多邊形屬於哪種四邊形？

【彈性反思】（約需 5 分鐘）

請問學生在今天這堂課學到了什麼？不必介意於數學，其他領域都可以。

第三節【引起動機】（約需 5 分鐘）

- (1)前情提要：稍微複習上次繪本故事的觀念。
- (2)啟發：詢問學生有聽過黃金比例嗎？但不講解其概念。

【講解《尋找心的小王子》第三章】（約需 30 分鐘）

(3)開始講故事，講故事的期間可以問問題。

- ①生活中有什麼是符合黃金比例？
- ②再次詢問，作者所云，幾何星球看似很遠其實很近的原因為何？

【彈性反思】（約需 5 分鐘）

請問學生在今天這堂課學到了什麼？不必介意於數學，其他領域都可以。

2.概數繪本教學教案規劃

教學目標：概數基本觀念的理解，包括無條件進入法、無條件捨去法以及四捨五入法之概念的理解。

教學過程：

第一節【引起動機】（約需 5 分鐘）

(1)老師先詢問學生，在日常生活中關於概數的實際例子。

(2)並發下學習單，並與學生說明學習單是在老師講解繪本時需要用到的，在於讓學生自行收集線索達到幫助夏洛克解題的目的。

(3)(亮出繪本)詢問學生對於此繪本有什麼想法？

【講解《少年偵探夏洛克》第一章】（約需 30 分鐘）

(1)詢問學生知道福爾摩斯嗎？

(2)開始講故事，講故事的期間可以問問題。

比如：

①你認為夏洛克只有小四可以當一名偵探嗎？

②你認為概數可以用來解謎嗎？

③什麼是推理證明？

(3)講完第一章，提醒學生第二節課將利用自己收集到的線索進行推理與解題。

【彈性反思】（約需 5 分鐘）

請問學生在今天這堂課學到了什麼？不必介意於數學，其他領域都可以。

第二節 【引起動機】（約需 5 分鐘）

(1)前情提要：稍微複習上次繪本故事的觀念。

【講解《少年偵探夏洛克》第二章】（約需 30 分鐘）

(2)提醒學生第二章結束，所有線索都出現了，會在課程中給予 15 分鐘的解題時間。

(3)開始講故事，講故事的期間可以問問題。

①有看過哈利波特嗎？

②為什麼夏洛克不找警察討論？

③你們也認為大人是不能信賴的嗎？

(4)請學生利用第二節與第三節課的繪本線索進行推理，試著推理出最後的犯罪地點並進行解說。

【彈性反思】（約需 5 分鐘）

請問學生在今天這堂課學到了什麼？不必介意於數學，其他領域都可以。

第三節 【引起動機】（約需 5 分鐘）

(1)前情提要

【講解《少年偵探夏洛克》第三章】（約需 30 分鐘）

(2)開始講故事，講故事的期間可以問問題。

①你覺得何謂推理與證明？

②大人有的是經驗，還是有可以學習的地方。

③你們覺得夏洛克聰明還是他爸爸聰明？

【彈性反思】

請問學生在今天這堂課學到了什麼？不必介意於數學，其他領域都可以。

(二)學生的回饋與研究者反思

1.四邊形數學繪本《尋找心的小王子》

(1)學生對繪本的接受度很高

在《尋找心的小王子》繪本中，高程度學生認為情節設計較幼稚，低程度學生反而比較能接受，但每節課的最後，學生都會很期待後續的劇情發展，可以發現繪本能引起他們的熱烈討論，課程中不同程度的學生願意去進行數學對話與為自己的想法辯駁，因此學生的接受度是很高的。

R：各位同學，今天要講繪本《尋找心的小王子》，這是一本關於四邊形的繪本。

LS1：老師（舉手），這個小王子跟 B612 的小王子一樣嗎？感覺上很像同一個人？

LS2：老師，小王子要尋找心喔？

HS3：這個在圖書館借的到嗎？為什麼不是一本一本的，而且看圖感覺好幼稚。（原案 7）

R：所以究竟未來會怎麼發展就看下一堂課囉？

LS1：所以老師沒故事了嗎？

R：是的。

LS1：老師這樣太少了啦，等等再說一點，不然我覺得每次只有 40 分鐘，太少了，為什麼不一次講完故事？（原案 8）

R：如果全部的四邊形都不是小王子的心，那該怎麼辦？

HS3：怎麼可能，四邊形就這五種，如果不是，就編不下去了。

MS2：可能啊，生活中不只有四邊形吧。（原案 9-1）

(2)《尋找心的小王子》與數學概念之連結

①數學與生活連結，使學生思考層級跳躍

閱讀繪本中一個教學目的是可以協助學生將數學概念與生活經驗做連結，不僅可以提供學生解題之脈絡，也可以增進學生的學習興趣，進而促進批判思考的能力（Haury, 2001）。研究者在設計繪本時認為生活中許多的場景，不管是動態或是靜態都與幾何圖形有關聯，因此，在《尋找心的小王子》中利用文字構築了一系列關於幾何世界的形象，故事中描述圓形葉子的植物，但是學生就無法連結到真實世界中銅錢草的葉子近乎圓形。

R：在幾何世界中很奇妙，有三角形的樹，你們覺得像什麼？

HS5：三角形的樹，老師圖片很像聖誕樹。

R：沒錯喔，你們看在幾何世界跟現實世界的某些樹是很像的，還有圓形的葉子。

HS1：怎麼可能，葉子沒有圓形的啦。

R：有阿，像銅錢草的葉子就是圓形的阿。

HS1：不可能很圓吧？（原案 10）

在教學時，單憑繪本簡單的文字與圖片，學生無法將想像中的幾何情境與真實數學做連結，因此在《尋找心的小王子》中利用：「你問我這顆小星球跟地球的距離嗎？彷彿很遠，其實又很近。」來連結真實情境，增添學生的對於幾何王國的想像。從一開始訪談學生想法較為制式反應，經過繪本介入教學後，在與教師對話時，思考方向不再侷限原有的模式，較具有想像力的抽象層面。

R：你認為第一章結尾的這句話，『你問我這顆小星球跟地球的距離嗎？彷彿很遠，其實很近。』為何作者會這樣說？你們有什麼想法？

HS2：可能是太空梭的速度很快。

LS2：也可能是這顆星球離地球很近。(原案 11-1)

R：整本繪本最特別的莫過於最後結尾那段話，這段話在第一章結尾跟故事結尾都有，為什麼作者會重複這句話？這句話很重要嗎？

MS5：應該是因為地球離幾何星球很近，差不多就是跟月球與地球的距離那樣。

HS3：老師他的想法是不是說，其實幾何王國就在每個人的心中？

R：為何你會這樣覺得？

HS3：因為當我在上課或是想的時候，我好像就在幾何世界中了。(原案 11-2)

②繪本引導刺激學生自主學習與延伸學習

繪本中生動的圖片與有趣的情節，能刺激學生的學習興趣，教師在教學過程引導概念融入，並留下伏筆，來引起學生求知的心態，讓學生能克服舉手的膽怯，並能連接舊經驗，來達到學習成效。

R：第一章講完了，下一章主角可能會進去一個村子，這個村子是四邊形的村子，到底會有什麼精彩的劇情，等下一堂課吧！

LS1：老師（舉手）...什麼是四邊形？

R：四邊形喔...老師原本設定是故事的第二章才會講解，你現在想知道嗎？

LS1：（點頭）

R：好，四邊形很簡單（轉身在黑板上畫圖），所謂四邊形就是擁有四個邊、四個頂點、四個角的封閉圖形，就像黑板我畫的圖。

LS1：老師，像正方形嗎？

R：你很棒喔，老師這樣說你就可以舉一個例子，沒錯喔，正方形是四邊形的其中一種。(原案 13)

這位學生不擅長數學，平時都是抄寫和訂正習題，很少參與課堂討論，繪

本介入後，課堂反應有很大的轉變。在繪本教學中，能促使不同程度的學生願意主動學習，也可以看出繪本教學帶給學生正面積極的成效（20180306 省）。

講解《尋找心的小王子》的過程，可以看出學生有圖片的輔佐和繪本故事為媒介，可以很容易的辨認出梯形、平行四邊形、長方形、正方形、菱形，但也衍生出認知上的衝突與矛盾。

R：所以四邊形主要有這五種形狀，還有他們的關係如這圖的分類？懂了嗎？

LS2：老師（舉手）...菱形不是正方形嗎？

HS3：哪是？（搶著回答）正方形一定要方方正正的，菱形又不一定。

LS2：可是他們長的很像，你看如果把正方形放斜斜的不就變成菱形了？

HS3：（沉默 4 秒）所以這樣我把長方形從中間切一半也會是正方形嗎？

R：好的，我先回應第一個問題，菱形是不是正方形？你們覺得是嗎？

HS1：老師我覺得不是。因為菱形不一定要像正方形那樣正的。

R：那他的條件是什麼？

HS1：...四個邊相等就好？

R：沒錯，菱形只要符合四個邊等長就好，但是正方形連四個角都要是直角。所以不是長得一樣就好。那換我問你們，正方形是菱形嗎？

LS2：...應該是吧？

HS3：可能是吧？因為正方形四個邊都等長。

R：沒錯喔，正方形確實是菱形，這個概念雖然國中才會學到，只要條件符合就算。那老師繼續問你們，把長方形從中間切一半也會是正方形嗎？

HS1：啊老師（舉手）。應該不一定。

R：喔？可以給我理由嗎？為什麼？

HS1：因為從中間切下去也可能是長方形啊，因為這樣切不一定四個邊都會等長。但是角度我不知道，但是我只知道四個邊可能等長也可能不等長。（原案 14）

這兩名學生在幾何條件的認知上仍有既定的迷思，Mack（2007）認為學生在指認圖形方面如果該圖形不符合心理認知，便會無法指認，進而產生迷思。

專論

此外，這些學生討論的話題也涉及到圖形條件的包含問題。因此，研究者從繪本中講解了中學階段才學習到的概念，並引導小學生思考，可見繪本學習不僅可以引導學生自主學習，更重要的是，學生透過繪本可以延伸更高階的數學概念與數學思維。

③進階概念能提升學生學習興趣

在《尋找心的小王子》中研究者加入挑戰性概念--黃金比例，並非要小學生去學習超出目前能力範圍的內容，而是對黃金比例有最基本的認識，目前小學生對這個概念的定義還是不太了解，但學生在學習上卻更有興趣去了解。

R：你們有誰聽過黃金比例？（很多人舉手）

R：那誰可以告訴老師，什麼是黃金比例？

MS4：就是最完美的比例。

R：何謂最完美的比例？

HS1：老師就是...就是...那個1比上那個多少的。長跟寬的比例嗎？我有在某本數學漫畫中看過，應該是啦我覺得。（原案15）

R：所謂黃金比例就是像繪本圖片，把長方形切割成更多小長方形，且每個大小長方形的長跟寬的比例都是一樣的，在...（學生舉手打斷我講話）

LS1：老師（舉手）我可以往前坐嗎？我想看圖。

R：可以啊。那我就繼續喔，在日常生活中像建築或是繪畫也很常用到黃金比例喔，比如這張圖畫還有這座建築物。

HS3：老師那是蒙娜麗莎的微笑我知道。

LS1：（跑向講臺）老師我看我看。（原案16）

即使黃金比例對於小學生而言是比較難的部分，但學生面對較有挑戰性的任務時，反而更有學習興趣。因此，在講述此概念時，有學生會主動將座位往前挪移，或是徵求同意後跑往講臺想將黃金比例的圖片看得更詳細，甚至有高程度學生在最後的反饋中提到，希望黃金比例在繪本的篇幅可以增加，她覺得這是學校課程中不會學習到的部份，很有挑戰性與好玩，可見在繪本中適時的安插較為困難與挑戰的相關概念，有助於提升學生的學習興趣，讓學習更加主動。一位高程度學生學習心得呈現如下：

這本書很好，因為這本書把四邊形說得簡單又有趣，讓我了解各種四邊形的特徵、條件，但是後面的「黃金比例」，可以再講多一點內容，因為我覺得那個我比較不懂，所以可以再補充多一點，例如：在生活中有哪些黃金比例的圖案和圖形。

2.概數數學繪本《少年偵探夏洛克》

(1)繪本促使學生主動學習

本研究在兩本繪本教學間安排了一個星期的間隔時間，藉此觀察學生對於數學繪本介入教學後有無特別的表現，這段時間並沒有安排新的活動，學生很急切想知道接下來的繪本是哪個單元，也有高程度的學生利用目前所學的數學概念編織出一些故事來分享，這些都透露出繪本對於學生而言很有學習動力，對於數學學習是有幫助的。

LS2：老師今天沒有故事嗎？

R：沒有喔，而且你們不是要考試了，所以最近邊上課要邊複習啊。

LS2：那下一本繪本是要講哪個單元？

HS1：老師是周長與面積嗎？我覺得周長與面積你可以用工人在操場除草的故事，有兩個工人比賽除草，看誰除的草多。

(2)《少年偵探夏洛克》繪本情節與數學概念之連結

①繪本概數問題的機械計算之窠臼

本繪本是以一道數學概數的延伸題目作為發想，希望藉由情節的引導，讓學生可以找出原數之範圍。學生對於由數字取概數的能力相當純熟，但找回原數之範圍的能力卻有待加強，在繪本介入期間引導學生習得該觀念與技巧，但只有高程度的學生能夠理解，中低程度的學生即使有故事的引導，對於較難題目仍然是無法克服。

R：那些數字用無條件進入法取概數到十位是 680？

MS1：...恩...老師答案很多嗎？

R：答案不只一個。

HS1：671 到...679 嗎？

專論

R：你們確定嗎？...。老師問你們喔，671 用無條件進入法取數到十位答案是多少？

LH2：680！

R：672、673...一直到 679 勒？

HS2：都是 680 啊，所以應該沒錯吧？

HS1：還有 680 吧？因為取到十位後面為 0 不變啊。

R：所以夏洛克得到的犯罪成員編號是不是都是 67x，對吧？這樣跟 680 有何關係？

HS1：所以這些犯罪成員的編號取概數後都可能是 680 嗎？可是老師這樣要找很久啊。

R：剛剛你們不是推出來了？

HS2：對呀，那是因為有老師的幫忙啊，自己想想不到吧？（原案 19）

研究者課後反思發現《少年偵探夏洛克》仍只是以數字取概數為基底而延伸的情節設計，缺乏讓學生熟悉且認識生活中概數的情境。此外，也發現學生對於數字的概數問題之處理較為熟練雖然是好處，但是仍流於機械計算之窠臼，若此本繪本不能讓學生知道概數之內涵仍屬枉然，此乃繪本較為可惜的地方。

②利用繪本引導推理證明

為了增加難度與挑戰性，在繪本中增加推理證明的引導教學，希望藉由故事情節的推進，可以帶領四年級學生認識未來數學證明的條件蒐集與過程，試著利用蒐集的線索推理並證明假設。基於難度提高，課堂上給學生較多提示，在第二節課結束後，已向學生說明故事中的條件已出現，讓他們互相討論並從訊息和繪本去推理最後的犯罪地點。經過 30 分鐘的討論之後，有學生試著推理出正確答案，但是都無法具體說明理由。

R：你們想好最後的犯罪地點了沒？誰要講講看？

HS2：老師我覺得在大樓裡，這裡很安全警察從哪裡進來都知道。

R：可以啊，你要怎麼說服我們，不然你們在聽故事時候蒐集到的線索都沒用上，如果你認為大樓是犯罪地點，應該要提出證據，證明你的想法是對的。

HS2：是喔。（沉默）

HS1：老師我覺得是 679 號碼頭。

R：為啥你會這麼覺得？

HS1：(沉默 10 秒)恩...因為感覺上目前的數字都是跟 67x 有關，剛好地圖上有很像的名稱，就是這裡了。

R：你們都確定你們的地點是犯罪地點嗎？(學生們面面相覷)如果是的話，你要利用剛剛蒐集到的資料去說服對方，證明你的假設是對的。(原案 20)

蒐集線索與推理證明在數學證明中有高度關聯，小學生對於這樣的想法是生疏且從未體驗過，因此對於解謎推理也較不熟練，生活中也有不少情境需要去假設和證明，而目前小學階段教材很少有讓學生學習相關的概念。透過繪本的故事情節，引導學生練習推理證明，研究者認為有存在價值。本繪本在 4 年級教學過程中並不太順利，生活數學與刻意安排的數學情境還是有差異，學生無法自發性的利用生活經驗與已知條件進行推理，未來相關研究的人員必須留意此狀況(20180406 省)。

3.使用學習單促使學生上課專心

第一本繪本教學時部分學生處於不專心情況，因此在第二本繪本教學中搭配學習單。而在第二本繪本教學時，即提醒學生在活動中需要自己收集線索、推理並說明理由。與先前繪本教學相比，此時，所有學生專心度都有提升，有學生甚至主動希望將座位往講臺挪移，因為想要聽故事看圖片找線索(20180329 觀察)，更有學生主動並積極的發問許多與繪本相關的問題。

HS1：老師，犯罪時間是 7 點 20 分，跟 680 會有關係嗎？為什麼被綁走的時間是 7 點 20 分，可是插圖是 7 點 10 分？還有一定要用概數推理嗎？可不可以用其他想法？(原案 25)

由此可見，搭配學習單任務，學生對於繪本的興趣更顯濃厚，並願意動腦去思考數字與線索之間的連結，更令研究者激賞的是，學生不會被設置的數學框架所局限，多了自己的想法。

研究結果顯示，本研究所開發之兩本數學繪本適合國小四年級學生使用；教學實踐結果顯示學生對繪本的接受度高，除了原本的基礎數學概念外，更有延伸概念增加繪本難度，透過教師教學與從旁引導，可以提升部分學生的數學學習成效，亦能提升學生對學習數學的興趣，此結果與先前之相關研究發現一致(黃月蘭等人，2010；呂玉琴、石璋璞，2013；林霜吟、吳順發，2014；

黃琮懿、鍾靜，2016；Hunsader, 2004; Marston, 2010, 2014）。繪本內容與日常生活連結，讓學生在面對數學問題時能靈活思考，繪本中抽象的幾何場景，增加了學生的學習興趣並主動地參與課程討論，同儕討論讓學生能克服膽怯感，增加課堂間的師生互動，讓教師能及時了解學生的學習迷思以協助解惑。

利用數學繪本與生活數學連結，可以使學生數學概念的學習躍進，更能使思考的脈絡更完整且全面（黃琮懿、鍾靜，2016），數學繪本具有刺激學生自主學習與延伸學習優點，但只侷限於課內基礎部分進行數學學習（李香慧，2006；張麗芬，2009；黃月蘭等人，2010；莊美玲 2015；黃琮懿、鍾靜，2016；Casey et al, 2008; Mack, 2007; Price, 2011）。而在研究開發的繪本中，黃金比例為四邊形的延伸概念，能刺激高程度學生的學習動力外，也能讓其他程度的學生了解數學概念的應用及美感；在概數繪本裡引導使用推理證明來協助解題，不同以往的課程安排，增加學生的學習體驗，並為往後更高難度的數學概念作準備。

伍、結論、反思與建議

一、結論

本研究開發之兩本數學繪本，經過三位在職教師的審閱與提供修正意見，以及試用於國小四年級數學課室，獲得以下二個結論：

（一）格式說明數學繪本之開發是可行的，但歷程是艱辛的

本研究依據先前數學繪本內涵之相關研究的論點，所開發之數學繪本就是以敘述性文字或是描述性文字為文本以傳遞淺顯易懂的數學概念，並且在繪本中融入大量生動有趣的圖片，以文字和圖片相輔相成的合作下，幫助兒童建立與日常生活連結的數學知識（林霜吟、吳順發，2014；Marston, 2014）。本研究透過 5 步驟進行文本之開發與進行，即確認數學繪本的內涵、確認欲開發之年級及主題單元、撰寫故事文本（融合故事情境、數學概念與圖畫三者）、專家提供修改意見與再修改，以完成最後的腳本。在發展的過程中現場老師的意見相當重要，因為她（他）們教了解學生的想法，亦較熟悉學生的背景知識與學習方式。透過上述的過程，本研究發展之國小四年級數學繪本具有實用性與啟發性，亦期盼本研究發現對未來的相關研究具啟示作用。

在開發數學繪本的過程中，最困難的是故事文本的創意發想，的確需要想像力的發揮，研究者亦花了一個多月的時間完成一個腳本，同時亦須經過不斷的修改；其次較困難的部分是圖畫的引入，考量智慧財產權，多數圖片由研究

者自創，部分圖片較難自行完成，只好上網搜尋圖片並引註資料來源。開發的過程雖辛苦，但完成的喜悅卻難以用文字形容，真的是「如人飲水、冷暖自知」。

（二）所開發之數學繪本適用於國小四年級學生

本研究發現數學繪本融入數學教學時，不但學生的接受度高、學生的學習自信心與學習態度皆提升，同時當數學與生活進行連結時，可促使學生思考層級跳躍，進而可以協助學生統整數學知識，促進理解，本研究發現與先前的相關研究發現一致（張麗芬，2009；黃淑懿、鍾靜，2016；Casey et al., 2008）。誠如 Harris（2004）的主張認為以數學繪本連結小學課程（如閱讀與數學解題相關之繪本或故事書），不但可以鼓勵學生融入故事中，更可以讓學生理解「數學」是如何被應用在生活中。此外，本研究亦發現數學繪本可以引導學生自主學習、刺激延伸學習、以及引發學生進行推理證明，這些發現在過去之相關研究中未提及，部分原因可能因為學習單元不同，如繪本一聚焦在幾何圖形概念與繪本二聚焦在概數之推論，這些單元內容在教師的適時引導下，能夠引發孩童的推理證明能力的發展。由此可見，設計良好的繪本的確具有多重的教學功效。

二、反思與建議

（一）數學繪本中內文應符合適用年級

繪本中的標點符號與字詞要正確使用，用字遣詞應該都要符合四年級學生，在專業用詞或是艱澀用字都應修改成學生較容易閱讀的語句，而數學繪本在情節設計上要更多與生活結合；在概數繪本中，任務設計上就容易流於機械計算的窠臼中，與 Piaget（2000）在研究中提及學生往往依賴紙筆計算無法理解與有意義化的層面思考，將自己侷限於算則之結果相呼應。

（二）數學繪本內容需貼近生活情境

繪本的數學概念、情節安排和任務難易程度，都會考驗著開發者，利用生活情境來幫助學生連結數學概念，並了解數學的實用性，會使得數學繪本的成效更好，若在任務安排與數學概念間較為緊湊時，應給予空白時間協助學生思考，會讓學習更有效率。生活數學情境與刻意安排的數學情境還是有所差異，因此繪本中數學情境應以可以生活經驗連結為第一考量。

（三）開發適合國內小學階段的數學繪本

閱讀數學相關之讀物能培養學生數學與閱讀能力，將繪本列入教學教材中，能刺激學生自主學習，較為挑戰的數學概念也能作為往後數學學習啟蒙之用，目前繪本大都以國外翻譯居多，少見國內自製出版，若能開發符合國內民

情且又能因應國內國小階段的數學單元繪本，都是很值得往後研究發展方向。

參考文獻

- 呂玉琴、石璋璞(2013)。**國小四年級數學高成就學生閱讀數學讀物之調查研究**。**臺北市立大學學報**，44(2)，109-13。
- 李香慧(2006)。**透過創意遊戲數學教學提昇國小二年級低成就學生數學學習興趣及學業表現之個案研究—以液量、長度、周長為例**(未出版之碩士論文)。**國立臺中教育大學特殊教育與輔助科技研究所**，臺中市。
- 林義雄、陳澤民譯(1991)**數學學習心理學**(R. R. Skemp 原著，1985年出版)。**臺北市：九章**。
- 林霜吟、吳順發(2014)。**國小繪本教學應用之初探**。**家庭教育雙月刊**，49(5)，29-37。
- 兔兔竹本(2017)。**繪本故事製作流程大揭秘**。取自 <https://www.jianshu.com/p/e6663613e99f>
- 郝廣才(2006)。**好繪本如何好**。**臺北市：格林文化**。
- 張麗芬(2009)。**結合圖畫書與數學的教學方式對幼兒數學能力之影響**。**臺北市立教育大學學報**，40(2)，107-144。
- 莊美玲(2015)。**繪本在幼兒園數學創意教學的應用研究**。**正修學報**，28，293-302。
- 黃月蘭、方仁敏、劉家玉、黃慧玲、林惠蓉(2010)。**數學繪本教學對國小低年級學童學習影響之行動研究**。載於臺北市教育局主編，**臺北市第十一屆中小學暨幼稚園教育專業創新與行動研究成果專輯**(頁239-266)。**臺北市：臺北市府教育局**。
- 黃承諄(2006)。**數學繪本教學對國小二年級學童數學學習成效之研究**(未出版之碩士論文)。**國立中山大學教育研究所**，高雄市。
- 黃敏晃(2003)。**人間處處有數學**。**臺北市：天下遠見**。
- 黃琬懿、鍾靜(2016)。**用繪本學數學—以中年級為例**。**臺灣數學教師**，37(2)，1-16。
- 楊茂秀(2008)。**繪本裡的日常語言與數學語言**。**全國新書資訊月刊**，8，14-18。

- 楊德清、洪素敏 (2003)。比較分數大小~從具體、半具體、至抽象符號表徵之教學行動研究。 *南師學報*，37 (2)，75-103。
- 鍾靜 (2010)。運用數學步道或數學繪本活化教學。 *教師天地*，176，8-15
- 鍾靜 (2012)。數學繪本的閱讀與教學。 *國民教育*，52 (3)，39-48。
- Adams, T. L., & Lowery, R. M. (2007). An analysis of children's strategies for reading mathematics. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 161-177.
- Anderson, A., Anderson, J., & Shapiro, J. (2004). Mathematical discourse in shared storybooks reading. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(1), 5-33.
- Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2006). Are you really going to read us a story? Learning geometry through children's mathematics literature. *Reading Psychology*, 27, 21-36.
- Case, R., & Sowder, J. T. (1990). The development of computational estimation: A neo-Piagetian analysis. *Cognition and Instruction*, 7, 79-104.
- Casey, M. B., Erkut, S., Ceder, I., & Young, J. M. (2008). Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29, 29-48.
- Conaway, B., & Midkiff, R. B. (2004). Connecting literature, language, and fractions. In D. Thiessen (Ed.), *Exploring mathematics through literature* (pp. 69-73). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Duguid, J. (2005). Taking a fresh view of reading and math-excerpts from an interview with Marilyn Burns. *ENC Focus: A Magazine for Classroom Innovators*, 13, 13.
- Gailey, S. K. (1993). The mathematics-children's-literature connection. *The Arithmetic Teacher*, 40(5), 258-261.
- Harris, J. (2004). Using literature to investigate transformations. In D. T. Hiessen (Ed.), *Exploring mathematics through literature* (pp. 131-134). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Haury, D. L. (2001). *Literature-based mathematics in elementary school*. Retrieved from ERIC database. (ED464807)

- Hellwig, S. J., Monroe, E. E., & Jacobs, J. S. (2000). Making informed choice: Selecting children's trade books for mathematics instruction. *Teaching Children Mathematics*, 7(3), 138-143.
- Hunsader, P. D. (2004). Mathematics trade books: Establishing their value and assessing their quality. *The Reading Teacher*, 57(7), 618-629.
- Jenner, D. M., & Anderson, A. G. (2000). Experiencing mathematics through literature: The story of Neil. *Teaching Children Mathematics*, 6(9), 544-7.
- Kinniburgh, L. H., & Byrd, K. (2008). Ten black dots and September 11: Integrating social studies and mathematics through children's literature. *The Social Studies*, 99(1), 33-36.
- Lowe, J. L., & Matthew, K. I. (2000). Exploring math with literature. *Book Links*, 9(5), 58-59.
- Mack, N. K. (2007). Gaining insights into children's geometric knowledge. *Teaching Children Mathematics*, 14(4), 238-245.
- Marston, J. (2010). Developing a framework for the selection of picture books to promote early mathematical development. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated* (pp. 383-390). Fremantle, WA: MERGA.
- Marston, J. (2014). Identifying and using picture books with quality mathematical content. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 19(1), 14-23.
- Martinez, J., & Martinez, N. C. (2001). *Reading and writing to learn mathematics: A guide book and a resource book*. Needham Height, MA: Allyn & Bacon.
- Meghan, E. (n.d.). *Children's literature in mathematics instruction*. Retrieved from <http://falcon.jmu.edu/~ramseyil/mathpict.htm>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Goh, S., & Cotter, K. (2016). *TIMSS 2015 encyclopedia: Education policy and curriculum in mathematics and science*. Retrieved from <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia/>
- Murphy, S. J. (1999). Learning math through stories. *School Library Journal*, 45(3), 122-123.

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Piaget, J. (2000). Commentary on Vygotsky's criticisms of language and thought of the child and judgement and reasoning in the child (L. Smith, Trans.). *New Ideas in Psychology*, 18(2-3), 241-259.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. New York, NY: W.W. Norton.
- Price, R. R. (2011, July). *Using children's literature to teach mathematics*. Paper presented at Conference for the Advancement of Mathematics Teaching 2011, Grapevine, Texas.
- Reys, R. E., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth-and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 225-37.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., van den Boogaard, S., & Doig, B. (2009). Picture books stimulate the learning of mathematics. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(2), 30-39.
- Ward, R. A. (2009). *Literature-based activities for integrating mathematics with other content areas*. Boston, MA: Pearson Education, Inc.
- Whitin, D. J. (2004). Exploring estimation through children's literature. In D. Thiessen (Ed.), *Exploring mathematics through literature* (pp. 21-27). Reston, VA: NCTM.
- Whitin, D. J., & Whitin, P. (2004). *New visions for linking literature and mathematics*. Urbana, IL: National Council of Teachers of English.
- Yang, D. C. (2005). Developing number sense through mathematical diary writing. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 10(4), 9-14.

Development and Trial of Children's Picture Books on Mathematics

Jia-Wei Huang* Der-Ching Yang**

The purpose of this study was to develop two sets of mathematics picture books and try them out practically in the classroom to investigate whether the materials developed are suitable for the 4th graders. A qualitative method has been applied in this study. There are 14 4th-graders and three in-service teachers who joined the study voluntarily. The development process of the books has gone through three stages: (1) selecting lesson units and writing the story texts related to them; (2) modifying the texts after the suggestions being given by other in-service teachers and educators of mathematics; and (3) integrating pictures into the revised texts to become the final versions of the picture books. After this, based on the interviews with the in-service teachers, feedbacks from the students, and the reflections of the researchers' journals, how the newly completed mathematics picture books used in the fourth-grader's classrooms was explored. The findings conclude that these new mathematics picture books are applicable to the fourth-grade classroom.

Keywords: development process, fourth grader, mathematical picture books

* Jia-Wei Huang, Master student, Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Chiayi University

** Der-Ching Yang, Life-time Distinguished Professor, Vice President, Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Chiayi University

Corresponding Author: Der-Ching Yang, e-mail: dcyang@mail.ncyu.edu.tw