

# 以奠基活動進行七年級一元一次方程式 補救教學之行動研究

蕭新雄\* 徐偉民\*\* 郭文金\*\*\*

本研究旨在發展七年級一元一次方程式補救教學的奠基活動教材，並探討以該教材進行補救教學的實施歷程與成效。採行動研究法，以 7 位七年級低成就學生為對象，在補救教學過程中，透過課堂觀察、紙筆測驗、訪談來了解學生在補救教學中的學習表現，並根據學生的學習表現來進行教學和教材的修正，以提升學生的學習成效。結果發現，奠基活動的補救教材能提升低成就學生在一元一次方程式的學習成效與興趣，但也發現奠基活動在一元一次方程式補救教材的設計上有侷限性，不過，ppt 動畫的呈現方式可補充奠基活動在解文字題上的不足。

關鍵字：一元一次方程式、行動研究、奠基活動、補救教學

\* 作者現職：屏東縣立大同中學教師

\*\* 作者現職：國立屏東大學教育學系教授

\*\* 作者現職：國立屏東大學科普傳播學系助理教授

---

通訊作者：徐偉民，e-mail: ben8535@mail.nptu.edu.tw

## 壹、緒論

數學學習領域課程綱要中指出，代數為一個重要主題，其中一元一次方程式更是代數學習的重要基礎，它會影響往後多項式、函數或抽象代數的學習(教育部，2008)。然而，國中生在一元一次方程式單元卻遭遇極大的挫折(張景媛，1994;謝和秀、謝哲仁，2002;Booth, 1988; Herscovics & Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Maharaj, 2008; Stafylidou & Vosniadou, 2004)，代數的學習讓許多國中生感到困難，並因而排斥與抗拒學習，於是產生了許多需要補救教學的數學低成就學生。

其中一元一次方程式學習問題的形成原因有二：一是國中的教學缺乏具體情境的引導，很快就進入抽象的代數運算，導致學生無法有意義的了解，只記憶規則而產生了錯誤和迷思(王如敏，2004;郭輝煌，2014;張景媛、余采玲、鄭章華、范德鑫，2012;楊榮達，2006);二是過多的抽象運算讓學習變的枯燥乏味，導致學生對代數的學習產生反感、無興趣(田興蓉，2003;劉環毓，2008;賴勤薇，2011)。所以本研究想針對上述兩個原因，設計一套補救教材來解決學生在一元一次方程式的學習困難，提高其學習成效。

要解決學生在學習一元一次方程式時因為無法有意義的理解，以及過多的抽象運算而導致學習興趣上的問題，在進行補救教學時應該把握兩個原則，即具象有感和活潑有趣(蔣治邦，1994;饒見維，1996;Ke & Grabowski, 2007; Sfard & Linchevski, 1994)。教師應以學生為中心來研發活動教材，讓數學的學習變得有趣，並從具象操作中學得重要的數學概念。具象有感和活潑有趣正是「奠基數學」的理念。因此，本研究擬依據奠基數學的理念，設計一元一次方程式的奠基活動來進行補救教學，並藉由行動研究中的評鑑、反省與修正來精緻補救教學歷程，以期達成以下兩個目的：

- 一、發展七年級一元一次方程式補救教學的奠基活動教材。
- 二、探討奠基活動在七年級一元一次方程式補救教學的實施歷程與成效。

## 貳、文獻探討

### 一、一元一次方程式相關研究

#### (一) 一元一次方程式的解題歷程

Lesh、Post 和 Behr (1987) 指出代數解題必須包含「列式」和「計算」兩

個活動，所以一元一次方程式的解題歷程主要包括列方程式和解方程式。再依據九年一貫課程綱要中一元一次方程式相關的分年細目（教育部，2008）及教科書（南一出版社，2015）的內容，發現可再細分一元一次方程式的解題歷程，其中列方程式歷程細分為設未知數→以符號代表數→整合出方程式，解方程式歷程細分為化簡運算→等量公理或移項法則求解，如圖 1。各歷程說明如下。

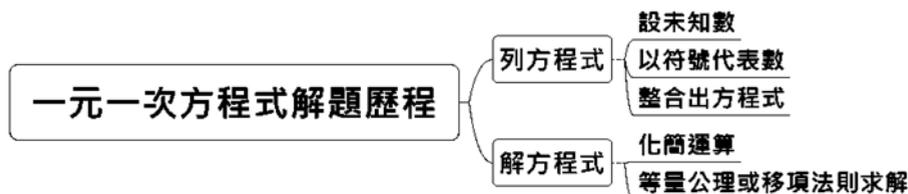


圖 1 一元一次方程式的解題歷程

## 1. 列方程式

### (1) 設未知數

在了解問題、察覺問題的數量關係後，就要列方程式，列方程式時所遇到的第一個問題是：要選擇哪一個未知數當  $x$ ？通常學生的假設策略知識不足，只會題目問什麼，就假設什麼為  $x$ ，於是導致以符號代表數或解題運算上的困難（張景媛等人，2012）。

### (2) 以符號代表數

以符號代表數是「以一元一次式代表關係數量」，也就是將問題中的某些未知數的關係以一元一次式來表示，其目的就是要為列出方程式而準備。Lewis 與Mayer（1987）提出「一致性假說」（consistency hypothesis）：在解題時不需要將關係句中變數的關係形式轉換的題目，稱為「一致性語言問題」，需要轉換的題目稱為「不一致性語言問題」。所謂關係形式轉換就是重整及轉換關係句中的主、受詞關係，如「甲比乙多4元」轉換成「乙比甲少4元」。也因為多了這樣的過程，造成學生無法轉換或轉換錯誤，使得對解題者而言，「不一致性語言問題」比「一致性語言問題」困難（李麗君、陳玟樺，2010；林碧珍，1998）。在以符號代表數時也出現相同的狀況，研究發現在以符號代表數的運算時，順敘述（一致性語言問題，以 $y=ax+c$ 為例，對 $y$ 而言是順敘述）對學生來說比較容易，因為學生不必轉換關係句的敘述；而逆敘述（不一致性語言問題，以 $y=ax+c$ 為例，對 $x$ 而言是逆敘述）對學生來說比較困難，因為學生在以符號代表數時必須轉換關係句的敘述（黃淑華、鄭鈴華、王又禾、吳昭容，2014）。

### (3) 整合出方程式

當以符號代表未知數完成後，就可以整合出一元一次方程式（整合策略大多是以二元數量關係做以符號代表數，而以多元數量關係做總結方程式）。不過學生一開始面對較複雜的題目時是需要加以引導的。謝和秀等（2002）指出，填充引導題組的學生在文字題之得分情形顯著優於傳統文字題的學生。所以，教師在文字應用題的教學時要設計一些填充引導題組，引導學生學習從以符號代表數到列方程式的整合過程。

## 2.解方程式

### （1）化簡運算

列出一元一次方程式之後，要將等號兩邊的複雜代數式，透過去括號、同類項合併兩個運算，將一元一次方程式化簡為  $ax+b=k$  或  $ax+b=cx+d$ 。在做化簡運算時分配律分配不完全、不同類項隨意合併是常見的錯誤（張景媛等，2012）。

### （2）等量公理或移項法則求解

當一元一次方程式化簡為  $ax+b=k$  或  $ax+b=cx+d$  時，就可用等量公理或移項法則來找解。在移項法則求解時，最常出現的問題是移項時產生錯誤（謝和秀等，2002）。

## （二）一元一次方程式的錯誤類型

學生在一元一次方程式的各解題歷程上都有一些錯誤類型，研究者在整理國內對一元一次方程式的錯誤類型之相關研究後（王如敏，2004；洪有情，2003；侯靜芳，2005；郭輝煌，2014；張景媛，1994；張景媛等，2012；楊榮達，2006），歸納出學生的錯誤類型如表 1：

表 1 一元一次方程式的錯誤類型

解題歷程	錯誤類型
設未知數	1. 無法察覺有用的數量關係。 2. 無法選擇適當的未知數量來做假設。
以符號代表數	1. 無法選擇適當的數量關係來做以符號代表數。 2. 對不一致性語言問題的以符號代表數發生困難。
整合出方程式	1. 無法選擇適當的數量關係來做整合出方程式。 1. 對文字符號缺乏有意義的了解。
化簡運算	2. 不同類項隨意合併。 3. 分配律分配不完全。
等量公理或移項法則求解	1. 對一元一次方程式及解缺乏有意義的了解。 2. 不理解等量公理，導致移項法則使用錯誤。

另外，研究者也歸納列方程式錯誤類型的形成原因在於教師對於列方程式歷程的引導不夠，由於學生對歷程不清楚，導致學生無法自行列式成功；而解方程式錯誤類型的形成原因在於教師只強調化簡和求解運算的熟練，缺乏抽象運算的具象基礎，導致學生只記規則而誤用造成錯誤。

## 二、一元一次方程式的補救教學

### (一) 臺灣補救教學的政策與做法

如何確保每一位學生都有向上社會流動的可能，是教育公平性最關注的議題，也是政府長期以來推動教育公平性政策的目標，包括 1996 年實施「教育優先區計畫」；2003 年開始重視弱勢族群學生課業輔導和補救教學；2006 年整合並推動「攜手計劃課後扶助」方案；2012 年將教育優先區計畫與攜手計畫整合，統稱為補救教學（徐偉民、劉曼麗，2015），成為臺灣落實教育公平性的重大政策。

教育部現行補救教學的做法是先訂定國民中小學補救教學基本學習內容，再建置補救教學科技化評量系統並建立各年級測驗通過標準（七年級以上設定 60% 答對率為通過標準），學校於每年 4 至 5 月初做初步篩選（依學校前一年各年級、各科目之「年級未通過率」加百分之五為應提報比率），再於 5 至 6 月對初步篩選的學生進行篩選測驗，其中未達通過標準的學生，依其意願予以進行補救教學，並於 12 月至隔年 1 月對未達通過標準的學生進行成長測驗，以了解補救教學實施的成效。

### (二) 一元一次方程式補救教學的相關研究

而國內關於一元一次方程式補救教學的研究，大致上可以分為三類：一是教材的重新編輯。例如：依據教科書例題重新編製的學習單式問題題組進行數學補救教學（俞宗賢，2007；黃淑華等，2014）；二是藉由科技或其他媒材輔助教學。例如：以網路點選播放影片或運用漫畫進行補救教學（許宛琪，2006；謝宜芳，2014）；三是改變教學法。例如：以小組合作學習或對話式形成性評量進行數學補救教學（俞宗賢，2007；張景媛等，2012）。

雖然補救教學模式大致上分為上述三類，但若能結合各自的優勢，則將對低成就學生一元一次方程式的學習有更大的助益。例如，採用第一類模式來對教材進行重新編輯或自編，使其內容貼合學生熟悉的生活情境，最好是從有趣的故事來引入，而非僅是純粹文字符號的運算，且透過問題的簡單化來增加學生學習成功經驗，將會提升學生學習時的興趣與自信；而教學活動的進行，如果能結合科技媒材的引入，來讓學習的歷程更生動有趣，甚至透過具體的操作

或圖像的協助來讓學生對於概念有更清晰的理解，採用小組合作學習的方式來增加師生的互動，都可以讓學生在一元一次方程式的補救教學上更有成效。

### 三、奠基活動的理論基礎

「奠基數學」一詞來自於教育部委託國立臺灣師範大學數學教育中心所承辦「就是要學好數學（JUST DO MATH）」計畫（教育部，2014）。「奠基」是在學生學習前，先讓學生經由活潑有趣的數學活動，激發學生對數學的興趣，可引起學生的數學學習動機；同時，在進行數學活動時，養成學習數學內容的具象經驗，讓學生體會與數學單元連結的關鍵點，促使學生在關鍵點引發的好奇心驅使下，進一步探索相關問題，之後進入數學教室學習相關單元時能具象有感的學習。

目前，大部分的數學奠基模組是根據 Bruner 的學習表徵而設計，針對數學概念選擇適當的圖像表徵來轉化成具體操作活動，再規劃成遊戲的教學活動。以下就 Bruner 的表徵理論和數學遊戲融入教學做探討。

#### （一）Bruner 的表徵理論

Bruner（1966）由運思的觀點，區分三種被運思的材料（表徵）：動作的（enactive）、圖像的（iconic）、以及符號的（symbolic）表徵。Bruner 認為人類經由認知表徵的過程獲得知識，而有三種運思類型：

1. 動作運思：指透過行動手段，來掌握概念。也就是兒童借助實物或具體物的操弄活動來運思。當物件消失，不能被操弄時，物件的意義則不存在。

2. 圖像運思：指用「心像」（image）來掌握概念。也就是當具體物消失時，兒童仍能依照腦中實物的影像，來進行內在的運思活動。

3. 符號運思：指用符號來掌握概念。也就是兒童對符號進行運思。符號與實物之間並無任何類似之處，它代表了實物或心像的某一種性質的抽象意義。

Piaget（1974/1941）強調，兒童須藉由具體操作來認知，經由操作的結果，兒童始能將獲得的資料在心中加以變形，形成邏輯系統，使之能被組織和利用。而 Sfard 等人（1994）以知識發生的觀點檢視代數思考的成長，並提出數學概念的過程物件（process-object）性質，將數學概念分為操作性概念（operational conceptions）和結構性概念（structural conception），認為數學概念的初始概念是操作性概念，而透過具體化的過程，數學物件也就是結構性概念方得以產生。

蔣治邦（1994）指出，Bruner 理念認為對外在事物意義的掌握，源自於對

外在刺激的行動，此行動的再表現，而不失其意義時，才是表徵。因此教材在促使學童學習某一種特定表徵時，必須先引發學童的活動，再呈現該表徵與之對應。所以，具體操作是概念教學的基礎，尤其是低成就學生的補救教學，在概念的引導和發展上一定得從具體操作開始，再漸漸引入符號表徵，才能使學生有意義的建立概念。

## (二) 數學遊戲融入教學

Dewey (1938) 指出遊戲在學校課程中應佔有明確地位，其目的在增進知識及充實社會行為，缺乏遊戲活動之教育，不能得到有效的學習。所以遊戲活動富含教育的意義，不管在知識技能的獲得和應用，或是個體在群體中的角色扮演，都可透過遊戲來完成。

Krulik 與 Rudnick (1983) 提出遊戲教學的優點：遊戲可以取代一些無趣的例行性訓練和引發學生自發性的練習；遊戲的情境可以提供學生獲勝的機會和取得同儕的認同；在嘗試解決遊戲的過程中可以引導學生研究新的問題解決技巧；在遊戲的過程中需要遊戲者主動的參與，而非一般傳統教室中學生要被動地聽老師解釋。

多數研究顯示數學遊戲結合教學不僅能有效引起學生的學習興趣與動機，亦能提高學生的學習成就（田興蓉，2003；劉環毓，2008；賴勤薇，2011；Ke, & Grabowski, 2007）。所以，若能於教學中配合教材內容設計有趣的數學遊戲，讓學生可以透過數學遊戲建構數學的概念或者運用數學的知識解決遊戲中的問題，將能提高學習動機和學習成效。

綜合以上，本研究為提高補救教學學生的學習興趣及學習成效，決定以奠基理念設計具有生活情境的補救教材，透過小組合作學習，由簡單至複雜逐步建構其一元一次方程式的概念，也就是從具體操作開始，圖像表徵為輔，漸漸引導進入符號表徵，並融入有趣的數學遊戲，讓學生主動探索與解決，增加其學習興趣與成效。

## 參、研究方法

### 一、研究方法與對象

本研究採用行動研究方法，行動研究顧名思義就是將「行動」和「研究」結合起來（黃政傑，1999）。Elliott (1991) 指出行動研究乃針對社會情況進行行動並改善之，整個過程包括四個階段：預診、計畫、執行和反思。所以，研

究者先對研究對象進行診斷評量，接著依據「國中數學科補救教學基本學習內容一元一次相關部分」(教育部，2016)，輔以奠基活動的理念，自行編製教材來進行一元一次方程式的補救教學，並將實際教學活動情形與學生學習效果加以評鑑、反思，最後修正補救教學。

而本研究的對象是屏東縣陽光中學(化名)七年級補救教學數學科篩選測驗未達通過標準的學習低成就學生(以下簡稱低成就學生)，共有7位，他們篩選測驗的結果及基本資料如表2、表3。研究進行的時間為七年級暑假，每週進行四節課，四週共進行16節課的補救教學。

表2 低成就學生的篩選測驗結果

學生代號	評量成績 (答對率)	7-ac-03-3 列一元一次方程式	7-ac-04-2 解一元一次方程式
S1	12%	x	x
S2	36%	x	x
S3	28%	x	x
S4	24%	x	x
S5	44%	x	x
S6	32%	x	x
S7	16%	x	x

註：篩選測驗試題共25題選擇題，一元一次方程式部分共2題，其評量指標如表中所列，每個評量指標各命1題，o表示該評量指標所有試題均通過；△表示該評量指標部分試題未通過；x表示該評量指標所有試題均未通過。

表3 低成就學生的基本資料

代號	家庭背景與個性	學習態度與狀況
S1	男性，家境普通，單親依父且隔代教養，個性樂觀且自信，但對事情較不在乎	學習態度消極，雖資質不錯，但寫考卷時較敷衍或不想寫，成績不佳
S2	男性，家境小康，單親依父，個性樂觀且自信，但作風較散漫，主觀性強	學習漫不經心，自認頭腦不錯，聽課時覺得有聽就好，學習較不完整，常出一些小錯誤，成績不佳
S3	男性，低收入戶，個性樂觀，做事積極認真	學習認真，上課專心聽講，但缺乏有意義的理解，以致成績不佳
S4	男性，低收入戶，個性樂觀且自信、好玩，做事較不積極	學習較散漫，上課常感到無聊而打瞌睡，對於太多步驟的學習沒耐心，學習效果不佳
S5	男性，低收入戶，個性文靜，做事踏實	學習認真，但理解速度慢，學習效果不佳
S6	男性，家境普通，個性悲觀缺乏自信，對事情有害怕面對的態度	上課容易分心，理解速度慢，尤其對太多步驟的學習，學習效果差
S7	男性，低收入戶，單親依母，個性樂觀自信，喜歡服務他人	上課容易分心，無法理解太多步驟的學習，學習效果差

## 二、研究工具

### (一) 雙向細目表

如圖 1 所示，一元一次方程式的解題歷程包括列方程式與解方程式等五個歷程，但在相同的解題歷程下，題目有難有易，學生該學會的難度為何？題目難易度如何區分？都影響了課程的內容與呈現的順序。

Herscovics 等人 (1994) 針對七年級的學生，進行 50 題的一元一次方程式測驗，測驗問題包含六個類型：「含一個加或減運算的方程式」、「含一個乘或除運算的方程式」、「需合併已知數的方程式」、「含加和乘兩運算的方程式」、「未知數出現在方程式的同側兩次」和「未知數出現在方程式的兩側」。研究者以此為基礎，依據「國中數學科補救教學基本學習內容一元一次相關部分」來考慮方程式的複雜度，增加「以符號代表數的次數」來決定一元一次方程式的關係類型，並分析關係類型的難易度，以做為課程的內容與呈現的順序。

研究者先由「未知數出現的位置和次數」決定主要關係類型有三種：未知數出現在等號單側一次、未知數出現在等號單側兩次、未知數出現在等號雙側各一次；接著在這三種關係類型下，由「以符號代表數的次數」來決定其關係類型的複雜度，最後決定五種關係類型如表 4。

表4 一元一次方程式關係類型分析表

未知數出現的位置和次數	未知數出現在等號單側一次		未知數出現在等號單側兩次		未知數出現在等號雙側各一次
以符號代表數的次數	1 次	2 次	3 次	4 次	2 次
關係類型	$ax+b=k$	$c(ax+b)+d=k$ (c 為正整數)	$(ax+b)-(cx+d)=k$	$(ax+b)+e(cx+d)=k$ ( $e \neq \pm 1, e$ 為整數)	$ax+b=cx+d$

表 4 中所指的「以符號代表數的次數」是指在列出方程式的歷程中，以符號代表數的次數。以  $(ax+b)+e(cx+d)=k$  的列方程式歷程為例（如圖 2），可以知道要列出  $(ax+b)+e(cx+d)=k$  的方程式，整個歷程以符號代表數的次數共有 4 次（圖 2 灰底部份），包括列出  $ax+b$ 、 $cx+d$ 、 $e(cx+d)$ 、 $(ax+b)+e(cx+d)$  等 4 次。

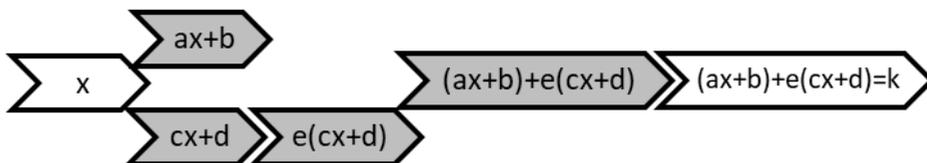


圖 2 關係類型  $(ax+b) + e(cx+d) = k$  的列方程式歷程

另外，表 4 中五種關係類型的「難易順序」可以從列方程式與解方程式兩個角度來看其難易順序：

### 1. 以列方程式的難度而言

從列方程式的角度來看，由易至難依序是  $ax+b=k$ 、 $ax+b=cx+d$ 、 $c(ax+b)+d=k$ 、 $(ax+b)-(cx+d)=k$ 、 $(ax+b)+e(cx+d)=k$ 。因為以符號代表數的次數後者比前者高，所以後者難度高於前者。其中， $ax+b=cx+d$  和  $c(ax+b)+d=k$  的以符號代表數次數雖然都是 2 次，但  $c(ax+b)+d=k$  在列方程式時使用了間接關係，而  $ax+b=cx+d$  只使用了直接關係，所以  $c(ax+b)+d=k$  比  $ax+b=cx+d$  難度高。例如問題「學校教室走廊的長度是 5 條童軍繩的長度再多 7 公分，而每條童軍繩的長度是 7 支磁條的長度再多 9 公分，若每支磁條長  $x$  公分，則教室走廊長為幾公分？」中，「童軍繩的長度」和「磁條的長度」是直接關係，而「走廊的長度」和「磁條的長度」需透過「童軍繩的長度」才能建立間接關係，當假設「磁條的長度」= $x$  時，容易以符號代表「童軍繩的長度」，但不容易以符號代表「走廊的長度」。

### 2. 以解方程式的難度而言

從解方程式的角度來看，由易至難依序是  $ax+b=k$ 、 $ax+b=cx+d$ 、 $c(ax+b)+d=k$ 、 $(ax+b)-(cx+d)=k$ 、 $(ax+b)+e(cx+d)=k$ 。因為前兩者是單純的等量公理或移項法則求解，且  $ax+b=cx+d$  運算難度高於  $ax+b=k$ ；而後三者必須先經過化簡運算後才能進行求解，且由去括號的難度及同類項合併的項數可看出， $(ax+b)+e(cx+d)=k$  的難度高於  $(ax+b)-(cx+d)=k$ ， $(ax+b)-(cx+d)=k$  的難度高於  $c(ax+b)+d=k$ 。

無論是從列方程式的角度或是從解方程式的角度來看，表 3 中五種關係類型的難度由易至難依序都是  $ax+b=k$ 、 $ax+b=cx+d$ 、 $c(ax+b)+d=k$ 、 $(ax+b)-(cx+d)=k$ 、 $(ax+b)+e(cx+d)=k$ 。

最後，本研究以解題歷程涉及的主題（設未知數歷程涵蓋於解文字題中，等量公理或移項求解歷程涵蓋於解方程式中）和關係類型兩個向度，編製了一元一次方程式的雙向細目表，如表 5，並依據表 5 的內涵與題數的分配，來做為前後測試卷編製的依據。

表5 前後測試卷的雙向細目表

		關係類型					總計
		一 ax+b =k	二 ax+b=c x+d	三 c(ax+b)+ d=k	四 (ax+b)-(cx+d) =k	五 (ax+b)+e(cx +d)=k	
歷程 主題	以符號代 表數	6 題	0 題	1 題	1 題	1 題	9 題
	列方程式	2 題	1 題	1 題	1 題	1 題	6 題
	化簡運算	0 題	0 題	3 題	2 題	3 題	8 題
	解方程式	3 題	2 題	1 題	1 題	1 題	8 題
	解文字題	1 題	1 題	1 題	1 題	1 題	5 題
	總計	12 題	4 題	7 題	6 題	7 題	36 題

註：在題數分配上，原則是每一細目命一題。但為了解最基礎關係類型 $ax+b=k$ 的學習狀況，故此類型題數較多；另外學生在化簡運算的運算狀況較多，故細目題數也較多；而0題的部分是在該細目無法命題。

## (二) 前、後測試卷

前測試卷於補救教學實施前施測，其目的在於了解研究對象在一元一次方程式的起點行為及學習困難，以做為課程決定、修正補救教材設計和教學分組的依據。前測試卷是根據表 5 來進行編製，之所以不採用教育部的篩選測驗，是因為篩選測驗中關於一元一次方程式的試題只有兩題，無法詳細地檢測出學生一元一次方程式的學習成效，所以根據表 5 中五種關係類型來進行測驗的編制。另外，考慮低成就學生的計算能力，前測試卷中所用的數字盡量以整數為主，若有分數也以簡單型態呈現。前測試卷編製完成後經過一位具有 10 幾年研究經驗的數學教育研究者審閱，以及一位畢業於數理教育相關系所、任教 10 餘年的數學教師提供編製意見。之後將編製完成的前測試卷，請兩所國中（地理位置均與研究對象學校相近）七年級各一班共 60 位學生做預試。預試結果以 SPSS 統計軟體進行分析，得出內部一致性分析係數（ $\alpha$ ）為.954，顯示本研究所發展與形成的認知測驗具有良好的信度。

而後測試卷的內容結構與前測試卷相同，只是在數據或情境上略有不同。後測試卷於補救教學實施後施測，其目的在於了解經過補救教學課程實施後，低成就學生在一元一次方程式的學習表現上是否有所提升。

### (三) 數學學習興趣量表

本研究的「數學學習興趣量表」是採用鄒美婷（2006）所編撰之量表。該量表是為檢測數學遊戲融入教學前後的學習興趣所設計，與本研究目的之一相同，故採用之。該量表於補救教學前、後各施測一次，其目的在了解研究對象於補救教學課程實施前後學習興趣的變化。原始量表的重測信度為.86，效標關聯效度.34、建構效度為.40，內部一致性係數（ $\alpha$ ）為.97。其中含有正向題和反向題，每一題均有五個選項為非常同意、同意、不一定、不同意、非常不同意，正向題計分方式係依照上述順序給予 5、4、3、2、1 的分數，反向題則給予 1、2、3、4、5 的分數，量表各題目得分加總後之分數為總得分，總得分越高，代表受試者之數學學習興趣愈高，反之則愈低。

### (四) 隨堂評量單

在每個關係類型補救教學後，都會有一次隨堂測驗（共五次），其目的在於了解每位學生在此關係類型的學習成效，並作為訪談的依據，測驗內容是該關係類型的解方程式題和文字題。因此每次隨堂測驗的題目共有兩題：一是解一元一次方程式，一是一元一次方程式文字應用題。例如，關係類型  $ax+b=k$  的測驗題目為「1.解方程式  $3x+5=50$ 」和「2.創創的錢是守守的 3 倍少 5 元，如果創創有 100 元，請問守守有多少元？」。

### (五) 評量檢核表

本研究依據雙向細目表（表 5）中的 22 條評量細目，將各學生在前測試卷及後測試卷的答題情形，參考徐偉民（2011）所發展的檢核方式，分別以達成（評量細目全部答對）、部分達成（評量細目一半以上答對）及未達成（評量細目答對未達一半）三個程度對每條評量細目作檢核，其中「達成」以 1 分計，「部份達成」以 0.5 分計，「未達成」以 0 分計，最後以公式  $(mx+ny)/m+n$  來計算關係類型達成率及個人達成率，其中  $m, n, p$  分別為達成、部分達成、未達成的數量。

### (六) 奠基數學補救教材

為提升低成就學生在一元一次方程式的學習表現，本研究設計一套奠基活動補救教材來進行補救教學。茲將教材設計的重要考量、教材的內容及範例說明如後。

## 1.教材設計的考量

### (1) 教材架構

張新仁（2001）指出補救課程的規劃上，要考慮由易至難、由簡而繁等原則，才能重新建立學生的自信與學習動機。所以，本研究以五個關係類型做為補救教材架構（如圖 3），並依各關係類型的難度（由易至難）作為教材編排次序，希望低成就學生能完整且有層次的學習一元一次方程式的運算和文字題的解決。

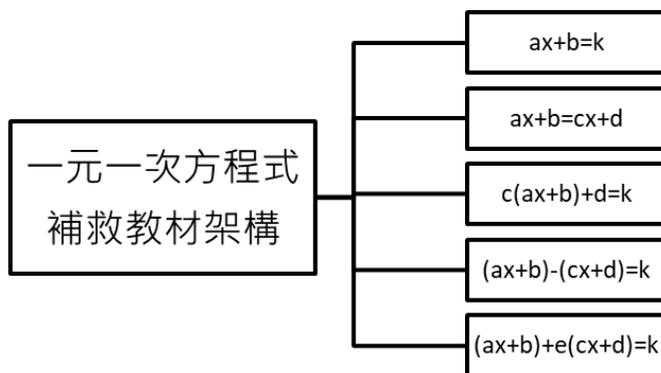


圖 3 補救教材架構

### (2) 教學策略

本研究的教學策略是採用奠基理念來進行教學活動，也就是研究者須發展具象有感、活潑有趣的數學活動，使學生以有意義的方式來理解一元一次方程式相關概念，並提升數學學習興趣。活動的設計是依據 Bruner 的表徵理論，由具體物的操作讓學生形成簡單問題解決的心像為開始，再以圖像卡片的操作來表徵複雜問題並精緻學生的心像，最後在心像的輔助運思下，漸漸達到以符號表徵來解決問題為目的，並在教學活動中融入相關數學遊戲來提升學生對數學學習的興趣。

### (3) 問題設計

Stein、Remillard 和 Smith（2007）指出數學課程是以數學問題為單位所組成，且解題是教學的核心。所以，在補救教材架構和補救教學策略確定後，接著就是設計數學問題來充實教材內容。因為本研究的數學問題全部是自編，所以在數學問題設計時，必須尋找好的情境來呈現數學問題，讓問題的情境對學生而言是可操作並容易理解，且對應到本研究所提出的一元一次方程式補救教材的架構。要符合具體可操作、可理解、以及一元一次補救教材的架構等條件，

## 專論

本研究認為以離散型的珠子和罐子情境最為適合，而在編造這些相關問題情境時，研究者試著融入電影《魔戒》的角色及有趣故事，以增加教材樂趣。例如，以對應方程式  $(2x+5) - 3(9-x) = 3$  的數學問題為例，其情境敘述如下：

「7月8日紅通通農場裡， 生出2罐魔法蛋， 又生出5顆魔法蛋；而綠油油農場裡， 生出9顆魔法蛋後被  偷吃了1罐魔法蛋，而且  出現了。最後，哈比人Hobbits比較7月8日兩個農場魔法蛋數量，結果紅通通農場比綠油油農場多了3顆，請問7月8日那天每罐魔法蛋是多少顆？」

其中可操作的具體物（圖像卡片），包括以珠子表徵魔法蛋（圖像○表示1顆， ○○○○○○○○○表示生出10顆），以玻璃罐表徵罐子（圖像□表示一罐x顆， 表示被吃掉一罐），以  表示原有數量變為3倍，而以不同塑膠托盤表徵不同農場。

## 2.教材的內容及範例說明

本研究根據奠基理念強調具象有感、活潑有趣的原則來進行補救教學課程內容的規劃，並以圖3的架構做為教材編輯順序，共發展出五份關係類型學習單、兩份去括號運算輔助學習單及三份數學遊戲單，並將這些學習單所對應的教學活動規劃為補救教學課程，如表6，詳細說明如下：

補救教學先進行關係類型一、二的教學，讓學生藉由具體物的操作、畫出圖像及寫出對應的方程式來理解未知數、等量公理、移項法則的概念及解題。接著進行「非常速配代數篇」數學遊戲，來統整同類項合併的概念並提升學習興趣；接著進行關係類型三、四的教學，因為關係類型三、四涉及去括號的運算，這是學生常出錯的部分，所以研究者特別設計去括號的輔助學習單，讓學生由圖卡的操作來理解乘法分配律及含負數的比較運算後，才進行關係類型三、四的教學。而關係類型三、四的教學因為有之前具體物及圖卡操作的基礎，所以不再進行操作，只讓學生畫圖及寫出對應的方程式來解題。接著進行「化簡對對碰」數學遊戲，來統整化簡運算的概念並提升學習興趣；最後進行關係類型五的教學，此教學不再操作、畫圖，學生只能寫出對應的方程式並解題，以期達到以符號表徵來解題的目的。接著進行「解題寶果」數學遊戲，來統整

解方程式的概念並提升學習興趣。

表 6 一元一次方程式補救教學課程規劃

教學單元	教學目標	教學時間
學習單一 關係類型一教學	由具體物的操作理解未知數、等量公理、移項法則的概念及方程式 $ax+b=k$ 的問題解決	150 分鐘
學習單二 關係類型二教學	由具體物的操作理解未知數、等量公理、移項法則的概念及方程式 $ax+b=cx+d$ 的問題解決	100 分鐘
數學遊戲一 非常速配代數篇	統整同類項合併的概念並提升學習興趣	50 分鐘
輔助學習單一 正數倍去括號	由圖卡的操作理解乘法分配律	50 分鐘
學習單三 關係類型三教學	由圖像及符號表徵處理方程式 $c(ax+b)+d=k$ 的問題解決	100 分鐘
輔助學習單二 負數倍去括號及 比較運算	由圖卡的操作理解含負數的比較運算	50 分鐘
數學遊戲二 化簡對對碰	統整化簡運算的概念並提升學習興趣	50 分鐘
學習單四 關係類型四教學	由圖像及符號表徵處理方程式 $(ax+b)-(cx+d)=k$ 的問題解決	100 分鐘
學習單五 關係類型五教學	由符號表徵處理方程式 $(ax+b)+e(cx+d)=k$ 的問題解決	100 分鐘
數學遊戲三 解題實果	統整解方程式的概念並提升學習興趣	50 分鐘

註：由於學習單一是補救教學的開始，需要講解操作規則及讓學生熟悉各表徵的轉換，所以分配較多教學時間。

以下從具體物與圖像卡片的操作、數學遊戲部份，提供範例來說明本研究發展的奠基活動教材如何來進行一元一次方程式的補救教學。

(1) 具體物操作範例：學習單二—由具體物操作理解未知數、等量公理、移項法則的概念及方程式  $ax+b=cx+d$  的問題解決

問題舉例：「若左盤（以學生面對為基準）放置 2 罐又 17 顆珠子，而右盤放置 4 罐又 5 顆珠子，這時候左右兩托盤的珠子數量相等，則一罐珠子有幾顆?」。研究者預備操作的具體物，請小組具體操作、討論來找出一罐珠子有幾顆，在具體物操作後（如圖 4），學生必須將過程做圖像及符號的紀錄於表 7，

## 專論

目的在於讓學生從表徵轉換中理解文字符號及代數運算的意義。

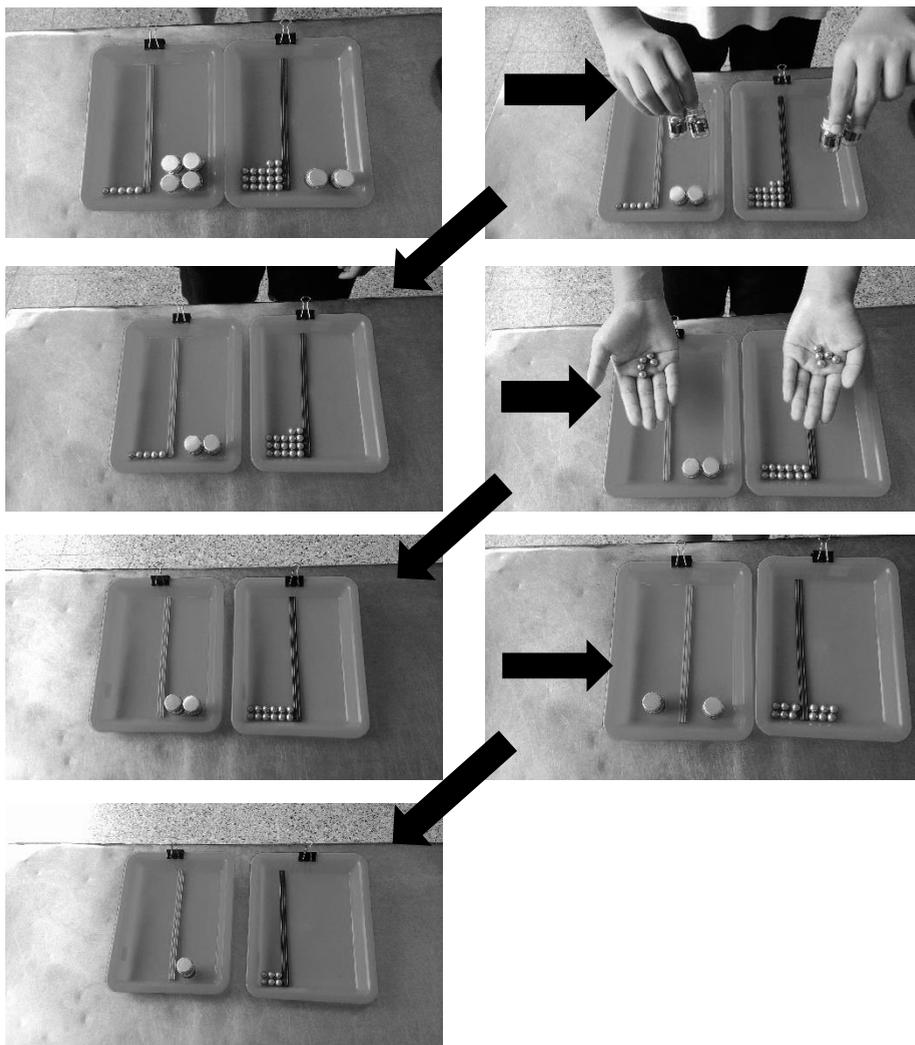


圖4 具體物操作過程（箭頭方向）

表7 具體物操作過程的圖像及符號運算紀錄表

解題操作過程圖像	代數運算:等量公理	代數運算:移項法則
	$2x+17=4x+5$	$2x+17=4x+5$
	$2x+17-2x=4x+5-2x$ (左右兩盤各拿走兩罐)	$17=4x+5-2x$ (因為 $2x-2x=0$ ，所以省略不寫)
	$17=2x+5$ (左右兩盤各拿走兩罐後的結果)	$17=2x+5$ (x項合併結果)
	$17-5=2x+5-5$ (左右兩盤各拿走5顆)	$17-5=2x$ (因為 $5-5=0$ ，所以省略不寫)
	$12=2x$ (左右兩盤各拿走5顆後的結果)	$12=2x$ (常數項合併結果)
	$12 \div 2 = 2x \div 2$ (左右兩盤各等分成兩份)	$12 \div 2 = x$ (因為 $2 \div 2 = 1$ ，所以省略不寫)
	$6=x$ (左右兩盤各等分成兩份，取其中一份的結果)	$6=x$ (運算結果)

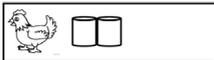
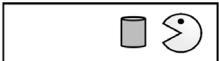
(2) 圖像卡片操作範例：輔助學習單二一由圖卡的操作理解含負數的比較運算。

問題舉例：「請完成底下表格(表8)：利用圖卡的翻面代表變號來進行負數的比較運算」。研究者認為像 $(2x+6) - (10-x)$ 這樣複雜的代數式，其化簡運算已很難透過具體物的操作來表徵，學生也很難想像具體物情境來幫助運思，所以研究者採用圖像直觀比較的結果，對應圖卡的翻面操作(減去某數就

專論

是加上它的相反數)之運算結果來幫助學生形成心像。

表8 圖卡操作過程的符號運算紀錄表

紅通通農場 魔法蛋數量	綠油油農場 魔法蛋數量	觀察紅農場比綠農場多多 少?並做(代數)運算
		$(2x+6) - (10-x)$
		$=2x+6-10+x$ $=3x-4$

在圖像的直觀比較上，比較運算變成兩種單位(珠子單位 1 和罐子單位  $x$ )各自比較。例如， $(2x+6)$  比  $(10-x)$  中  $2x$  比  $-x$  多了  $3x$ ； $6$  比  $10$  少了  $4$ ，所以化簡運算結果為  $3x-4$ 。再對應圖卡的翻面操作之運算結果， $-(10-x)$  的操作就是將  $10$  和  $-x$  的圖卡翻面，得到  $-10+x$ ，再進行加法運算，其運算是  $(2x+6) - (10-x) = 2x+6-10+x = 3x-4$ ，最後學會負數倍去括號時要變號、同類項合併的運算規則。其圖卡的操作過程如圖 5。

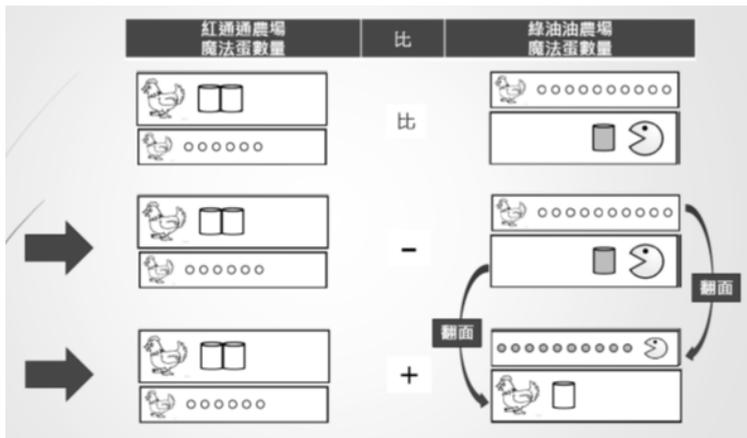


圖 5 圖像卡片操作過程圖

註：每張圖卡有兩面，圖卡翻面表示原面的相反數，例如，的翻面是；的翻面是。

(3) 數學遊戲範例：數學遊戲——非常速配代數篇

此數學遊戲的內容分為二級，第一級是  $5 \times 5$  格，簡單的分數和分數係數  $x$

項的同類項合併；第二級是  $7 \times 7$  格（如圖 6），遊戲規則如圖中所示，其中圓圈處是學生最後必須完成的。此數學遊戲的目的是藉由遊戲來統整學生同類項合併的運算能力，遊戲進行方式是小組競賽，小組必須合作探索最佳解決策略，以最快速度完成遊戲所交付任務，最快完成的小組就是優勝者並獲得獎勵。

第二級						
遊戲規則：依次圈出相鄰兩個式子和依序為 $-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, 6x, 7x, 8x, 9x, 10x, 11x, 12x, 13x, 14x$ ，最後剩下的是_____。						
$4x$	$x$	$5x$	$4x$	$- -3 $	$3^2x$	$5x$
$7x$	$-2^2$	$2x$	$3^2x$	$0$	$-2$	$-5$
$6x$	$-5$	$-1$	$-3$	$2x$	$4x$	$ -3 x$
$-4$	$0$	$3x$	$-4x$	$2x$	$-3$	$-3$
$2$	$-(-7)x$	$2^3x$	$-2$	$-4$	$-2^2$	$2$
$0$	$x$	$2^2x$	$1$	$3x$	$-x$	$-2$
$x$	$-2$	$-3$	$6x$	$-(-4)x$	$2x$	$4x$

圖 6 非常速配代數篇遊戲範例

### 三、資料蒐集與分析

#### (一) 資料蒐集

本研究蒐集的資料包括紙筆測驗的前後測試卷和隨堂評量單，其中前後測試卷在研究的前、後進行施測，以分析與了解本研究以奠基理念為基礎所發展的一元一次方程式補救教學的成效，而隨堂評量單則在教學中請學生填寫完成，從學生的作答情形中來檢測學生在補救教學中的學習狀況，以作為後續教學調整的參考；也透過數學學習興趣量表的問卷，由總分的計算來蒐集學生參與補救教學前後，其數學學習興趣改變的情形；此外，也透過教學時對各組的觀察與錄影，來瞭解學生每節課的學習和討論情形；在前測及每次隨堂評量後，研究者會針對學生的作答情形，選擇重要且待釐清的部分與學生做訪談。例如，針對學生無法正確解文字題的部分，研究者會先從學生作答紀錄中觀察出學生

## 專論

在哪個解題歷程（如圖 1）產生錯誤並分析學生可能的迷思概念，再藉由訪談引導學生說出其運思歷程，了解學生的學習困難及尋求解決的策略；最後，研究者會在每次教學後，撰寫反省日誌，對於補救教材的呈現、教學活動的進行及學生的學習反應予以記錄並反省，作為下次教學活動修正的依據。

### （二）資料分析

本研究蒐集的資料包括質性和量化資料。其中屬於紙筆測驗的隨堂評量單（分析學生作答情形）、課堂錄影、訪談、教師反省日誌等屬於質性資料。而根據前後測結果所記錄的評量檢核表，以及數學學習興趣量表則屬於量化資料。在質性資料的處理上，首先將各質性資料轉錄並整理成可分析的文本，再將各文本依資料類型加以編碼。編碼以「學生-類別-日期」為原則。例如，S1 前訪 050629，代表 105 年 6 月 29 日研究者對 S1 前測試卷的訪談錄音之轉錄資料。之後再透過三角校正，採用不同資料來源的校正方法，包括從紙筆測驗、課堂觀察、訪談等，來確認學生的學習表現與成效，包括在認知上和情意上的改變，透過重複出現的情節及交錯的證據來屏除研究者的成見以及偶發事件的過度闡釋。而量化資料的分析，在評量檢核表部分，研究者將前後測試卷以評量檢核

表檢核各評量細目的達成情形，並計算出個人達成率（ $\frac{\text{個人在評量細目達成總分}}{\text{評量細目總數}} \times$

$100\%$ ）及各關係類型的達成率（ $\frac{\text{全體在某關係類型之評量細目達成總分}}{\text{該關係類型評量細目總數} \times \text{總人數}} \times 100\%$ ），

藉由達成率來呈現學生個人和各關係類型在補救教學進行前後的學習成效。另

外，在數學學習興趣量表上，先分別計算前後測時的個人平均分數（ $\frac{\text{個人總分}}{\text{總題數}}$ ）

和全體平均分數（ $\frac{\text{全體總分}}{\text{總題數} \times \text{總人數}}$ ），再將平均分數分為四個區間：1 分以上未滿

2 分（1~2 分）為低學習興趣、2 分以上未滿 3 分（2~3 分）為中低學習興趣、3 分以上未滿 4 分（3~4 分）為中高學習興趣、4 分以上（4~5 分）為高學習興趣，藉以了解學生個人和全體在補救教學前後學習興趣改變的情形。

## 肆、研究結果與討論

## 一、補救教學實施前學生的表現與教學的決定

## (一) 前測試卷的施測結果

## 1. 評量檢核表

研究者根據前測試卷的施測結果，透過評量檢核表來檢核學生在各評量細目的達成情形，如表 9 所列。

表 9 學生在前測試卷中各評量細目的達成率

關係 類型	評量細目	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	細目達 成率	類型達 成率
一	以 $ax+b$ 代表數	1	1	1	1	0	0	0	57%	64 %
	列方程式 $ax+b=k$	1	1	1	1	1	0	0	71%	
	解方程式 $ax+b=k$	1	1	1	1	0	0	0	57%	
	解文字題 $ax+b=k$	1	1	1	1	1	0	0	71%	
二	列方程式 $ax+b=cx+d$	1	1	1	0	0	0	0	43%	31 %
	解方程式 $ax+b=cx+d$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	解文字題 $ax+b=cx+d$	0	0.5	0	0	0	0	0	7%	
三	以 $c(ax+b)+d$ 代表數	0	0	1	0	0	0	0	14%	27 %
	列方程式 $c(ax+b)+d=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	化簡 $c(ax+b)+d$	1	1	0	0	0	0	0	29%	
	解方程式 $c(ax+b)+d=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	解文字題 $c(ax+b)+d=k$	0	0	0.5	0	0	0	0	7%	
四	以 $(ax+b)-(cx+d)$ 代表數	0	1	1	0	0	0	0	29%	20 %
	列方程式 $(ax+b)-(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	化簡 $(ax+b)-(cx+d)$	1	0	0	0	0	0	0	14%	
	解方程式 $(ax+b)-(cx+d)=k$	1	0	0	0	0	0	0	14%	
	解文字題 $(ax+b)-(cx+d)=k$	0	0	0	0	0	0	0	0%	
五	以 $(ax+b)+e(cx+d)$ 代表數	0	0	0	0	0	0	0	0%	9 %
	列方程式 $(ax+b)+e(cx+d)=k$	0	0	0	0	0	0	0	0%	
	化簡 $(ax+b)+e(cx+d)$	1	0.5	0.5	0	0	0	0	29%	
	解方程式 $(ax+b)+e(cx+d)=k$	1	0	0	0	0	0	0	14%	
	解文字題 $(ax+b)+e(cx+d)=k$	0	0	0	0	0	0	0	0%	
	個人達成率	64 %	55 %	55 %	18 %	9 %	0 %	0 %		

註：1表示「達成」，0.5表示「部分達成」，0表示「未達成」。

從表 9 中可以看出在關係類型的達成率上，其高低正好符合本研究對於五種關係類型的難易分析結果，而且各關係類型之間的難度差異大多相當明顯。其中從關係類型一到關係類型二的達成率突然急速下降（下降 33%）可看出，關係類型二是學生升由國小上國中重新接觸的類型，它已無法再用算術的方法思考，若沒有好好引導就會變成代數學習的一個關卡。而關係類型五的達成率只有 9%，呈現超低現象，若想要參與的學生完全學會一元一次補救教學的內容，就必須在  $(ax+b) + e(cx+d) = k$  類型的問題上多一些引導與協助。另外，研究者也發現 S1, S2, S3 能力相當，學習困難主要在於解文字題和關係類型五的問題；S4, S5 能力相當，都只能達成關係類型一的問題；S6, S7 能力相當，兩位同學連關係類型一的問題都無法解決。

另外，研究者發現前測結果和篩選測驗結果有不一致的地方，例如 S1, S2, S3 在篩選測驗一元一次方程式部分全錯，卻在前測有 50% 以上的達成率，其中 S1 的前測達成率為 64%。研究者詢問 S1 後得知，學生在做篩選測驗時，因為成績不公布也不做其他用途，所以大多隨意填答，使其結果與學生真實學習表現有所落差。但進行前測時，由於研究者隨時巡視學生作答狀況，學生作答較謹慎，加上前測包含了一元一次方程式的五種類型，相較於篩選測驗，更細緻地檢測學生在一元一次方程式的學習表現，所以造成兩種測驗結果有所落差。此外，本研究在前測後對學生進行訪談，結合前測及訪談的結果，比較能夠確定低成就學生的起點行為。

### 2. 前測試卷中學生的易錯題型

從參與學生在前測試卷的作答中，研究者整理出大部分學生都會答錯的問題錯誤類型，再藉由訪談來了解學生的迷思概念，並作為補救教學實施的參考。例如，在以下問題中所有的學生都答錯：

阿雄和班上一些同學共買畢業禮物送老師，共花了一些錢，原本共有 4 人參加，後來又加入了 2 位同學，若原來每位同學所分攤的錢和後來每位同學所分攤的錢相差 20 元，則畢業禮物共花多少元？

其中，S1 的作答難以理解（如圖 7），這題屬於除法中的比較型問題，對學生而言，除法關係和比較關係是屬於不熟悉且難以表徵的問題。以下是研究者就此題對 S1 所做的訪談：

Handwritten student work showing algebraic equations and a result. The equations are:

$$4 + 2 = 4 - 20 = x$$

$$4 + \frac{1}{2} - 20 = x$$

$$2 - 20 = x$$

$$-18 = x$$

$$x = 18$$

Other equations shown are:

$$18 \times 6 = 108$$

The result 'All 108' is written on the right side.

圖 7 S1 的解題過程和結果 (S1 前 050627)

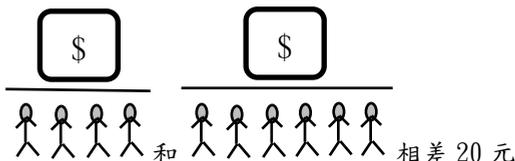
T: 你的列式很奇怪, 你能解釋嗎?

S1: 其實我也不太清楚, 我只知本來由 4 人增加為 6 人。(學生對於除法型的問題比較難去表徵關係式)

T: 那你知道分攤或分配問題要用甚麼運算嗎?

S1: 用除法運算。

T: 我現在畫圖給你看。



T: 現在你能列出方程式了嗎?

S1:  $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 20$ 。(S1 前訪 050629)

從上述訪談得知, S1 對於解文字題的學習困難主要在於關係的察覺和表徵, 對於難於表徵的數量關係, 若能由簡單的圖像引導, 學生就能列出方程式。

### 3. 學生能力層次及教學分組

從前測及訪談的結果, 研究者將 7 位學生分為三個代數能力層次 (如表 10), 在實施補救教學時, 研究者會注意學生代數能力及學習困難上的差異給予適當的教學。

表10 學生代數能力層次表

層次	學生	代數能力與學習困難
一	S1	在解方程式上能解決關係類型五的題目，而在解文字題上能解決關係類型一的題目。學習困難在於無法察覺有用的數量關係及整合出方程式。
	S2, S3	在解方程式上能解決關係類型三的題目，而在解文字題上能部分解決關係類型二的題目。學習困難在於分配律分配不完全、移項法則使用錯誤、無法察覺有用的數量關係及整合出方程式。
二	S4, S5	在解方程式上大致能解決關係類型一的題目，而在解文字題上能解決關係類型一的題目。學習困難在於整個一元一次方程式解題歷程都出現問題。
三	S6, S7	在解方程式上及解文字題上都無法解題。學習困難除了整個一元一次方程式解題歷程都出現問題外，國小減乘除的基模知識也不足。

在補救教學的分組上，研究者依能力層次及學生間的互動關係來進行異質性分組。在能力層次上，有 4 位學生表現較差，若分在同一組，則較無法進行小組討論，達不到合作學習的效果；在互動關係方面，S1、S2、S4 對 S7 有排斥感，而 S6、S7 是原班級同學，感情較好。再加上考量到遊戲時小組合作的人力，決定分為兩組，如表 11。

表 11 學生教學分組表

組別	學生編號	前測檢核表個人達成率
A	S1 (組長)	64%
	S2	55%
	S4	18%
	S5	9%
	S3 (組長)	55%
B	S6	0%
	S7	0%

#### 4.補救教材修正

依據前測及訪談結果，研究者將補救教材做了修正，目的是讓教材內容更適合學生起點行為、學習的概念更完備、補救策略更有成效。例如，由前測及訪談結果得知，S6、S7 對關係類型  $ax+b=k$  的概念仍不完整，所以將補救教材

起始內容—學習單一做修正。研究者將原來關係類型  $ax+b=k$  的問題架構再細分為單步驟和兩步驟的未知數問題，也就是希望問題模組能窮盡添加、取走、複製、等分這四型及這四型的組合，讓低成就學生逐步的學習  $ax+b=k$  關係類型的問題解決。增加的單步驟問題並修改兩步驟問題(如粗體字部分)如表 12。

表 12 補救教材修正舉例

學習單一：由具體物的操作理解未知數、等量公理、移項法則的概念及方原來 程式 $ax+b=k$ 的問題解決 題目方程式： $3x+5=50$ ， $25-2y=13$
學習單一：由具體物的操作理解未知數、等量公理、移項法則的概念及方修正 程式 $ax+b=k$ 的問題解決 題目方程式： $x+3=13$ ， $x-5=9$ ， $2x=12$ ， $x\div 3=5$ ， $3x+5=23$ ， $x\div 2-3=4$

## (二) 數學學習興趣量表的施測結果

學生數學學習興趣量表的前測結果如表 13。從表 13 得知，整體的平均分數為 2.17，屬於中低學習興趣。在個人方面，S1、S6、S7 的平均分數都是 1.00，屬於低學習興趣；S4 平均分數是 2.17，屬於中低學習興趣；S2、S3、S5 平均分數分別是 3.78、3.06、3.17，屬於中高學習興趣。

表 13 數學學習興趣量表的前測結果

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	全體
平均	1.00	3.78	3.06	2.17	3.17	1.00	1.00	2.17

## 二、補救教學的實施歷程

補救教學的實施歷程主要是奠基補救教材的教學活動，及五個隨堂測驗的評量，研究者於實施歷程中觀察並評量，然後從觀察和評量的結果進行反省和教學修正。以關係類型四： $(ax+b) - (cx+d) = k$  的實施歷程為例，來說明補救教學實施的歷程和進行反省與修正的內容。

### (一) 教學實施與觀察

#### 1.教學實施

教學內容是先進行輔助學習單二：由圖卡的操作理解含負數的比較運算(請參考研究方法中奠基補救教材的範例說明)，再進行學習單四：由圖像及符號表徵處理方程式  $(ax+b) - (cx+d) = k$  的問題解決，此學習單不再強調圖像表徵，

學生可依其運思能力選擇要不要畫圖，畫圖只是提供學生列方程式時的運思輔助，學生此時要盡量以符號表徵來解決問題。教學方式是由學生按照學習單的問題，小組討論解決策略並執行操作，最後記錄於紀錄單中，研究者則於小組討論操作期間，觀察並指導各組。

### 2.教學觀察

學生對於負整數倍去括號（先正整數倍，再括號內的各項都變號）的學習呈現很大的困難，學生無法從圖像對應符號運算規則，應該是規則對他們來說太繁複和「負正得負」、「負負得正」難以用情境來理解。因此研究者使用的策略是以圖像引導，觀察出兩數比較後的差（如  $2x$  和  $-x$  的差），再來對應變號的規則，但學生領會不多，尤其在  $2x$  和  $-x$  的比較，學生一直認為差是  $x$ ，研究者用臺灣氣溫  $35$  和南極氣溫  $-45$  度相差  $35 - (-45) = 80$  度為例子解釋才有點理解。

研究者教學時觀察能力層次二、三的同學之學習情形，覺得從負數倍去括號的運算開始，每一步驟對他們來說都是困難，且步驟繁多難以完整記住，要答對的機率不大，在補救時程的限制下，無法有充足的時間讓他們理解並形成運算基模，這是補救教學一個難以突破的問題。

#### （二）隨堂測驗結果分析

在關係類型四： $(ax+b) - (cx+d) = k$  的補救教學後，實施該類型的隨堂測驗，學生測驗的結果如表 14。學生大部分錯在  $-(cx+d)$  去括號時忘記變號，及文字題無法列出方程式，需要再補救。其中，層次二、三學生的測驗結果與研究者的教學觀察吻合。接下來是依據學生的作答情形對 S2 所做的訪談（因為層次一的學生只有 S2 無法正確解文字題），研究者想了解他的問題並予以補救。

隨堂測驗問題：

1. 解方程式  $(5x-17) - (3x-19) = 8$
2. 小明有兩位哥哥，大哥每星期的零用錢是小明的 3 倍又多 50 元，二哥每星期的零用錢是小明的 2 倍又少 30 元，若大哥每星期的零用錢比二哥每星期的零用錢要多 150 元，請問大哥每星期的零用錢有多少元？

表14 學生在關係類型四隨堂測驗的答題情形

層次	學生	解方程式情形	解文字題情形
一	S1	o	o
	S2	o	×
	S3	o	o
二	S4	×	×
	S5	×	×
三	S6	×	×
	S7	×	×

註：「o」表示解題成功、「×」表示解題失敗

對 S2 的訪談情形如下：

T：題目中有什麼數量不曉得？

S2：大哥的零用錢，還有二哥、小明的

T：題目中有什麼數量關係？

S2：大哥每星期的零用錢是小明的 3 倍又多 50 元…（經過反覆詢問他才說全了）

T：你用簡字把數量關係表示出來。大哥的零用錢用「大」表示…

S2：大=小×3+50，二=小×2-30

T：那要假設什麼為 x？

S2：假設大哥的零用錢為 x 元

T：這樣好嗎？你用 x 把其他人的錢表示出來

S2：好像很難耶！

T：你再看看，假設什麼為 x 比較好？

S2：是小明的錢

T：那方程式是什麼？

S2：(3x+50) - (2x-30) =150 （S2 評四訪 050720）

從上述訪談得知，S2 缺乏假設的策略知識，且在數量關係的察覺上也不仔細。另外，在列方程式的教學時，要提醒學生假設的對象須適當，不然對不一致性語言問題的以符號代表數會很難表徵。

### (三) 對設計問題的反省與教學修正

研究者根據教學實施的觀察和在隨堂測驗結果中發現的問題，進行原先設計問題的反省，然後提出解決策略並修正補救教學。

在教學時間的問題上，由於學生對負數的比較運算較難理解，所以需要更多的教學時間，所以輔助學習單二的教學時間修正為 100 分鐘，可由學習單一、二共只需 250 分鐘挪 50 分鐘來補足。

在解方程式的問題上，針對層次二、三的學生在去括號上忘記變號及解題步驟未形成心像，研究者設計 ppt 動畫將解方程式分成三個步驟：去括號、同類項合併、移項法則（如圖 8），一步一步加強其代數的解題步驟。在以 ppt 教學後，層次二的學生比較能知道這類型的解方程式過程，而層次三的學生接受度較差，認為動畫太多很煩。

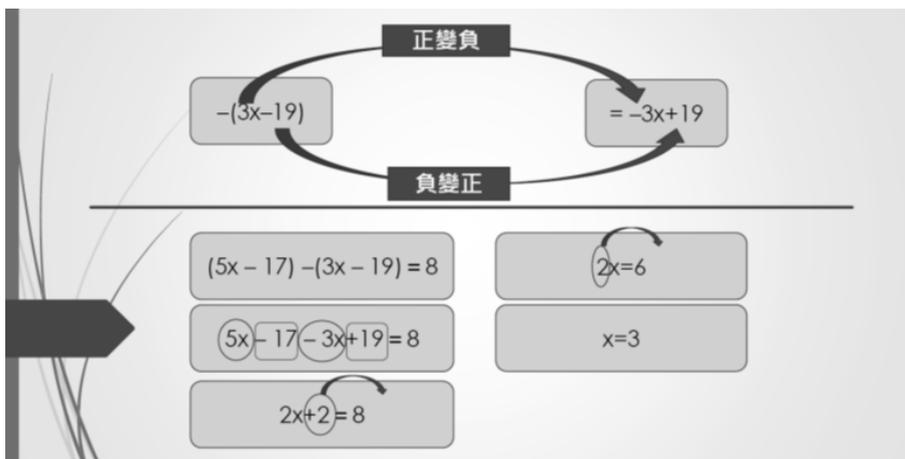


圖 8 解方程式 ppt 動畫教學

而在列方程式的問題上，探究學生解題的困難仍在於無法有策略的列出方程式，因此研究者設計 ppt 動畫將解文字題分成四個步驟：分句閱讀並標示數量關係、假設未知數、簡單圖示並以符號代表數、列出方程式（如圖 9），一步一步引導他們來列出正確的方程式。在以 ppt 教學後，發現層次一的學生更能清楚知道這關係類型問題的列方程式步驟，而層次二的學生也呈現比之前更理解的狀況。

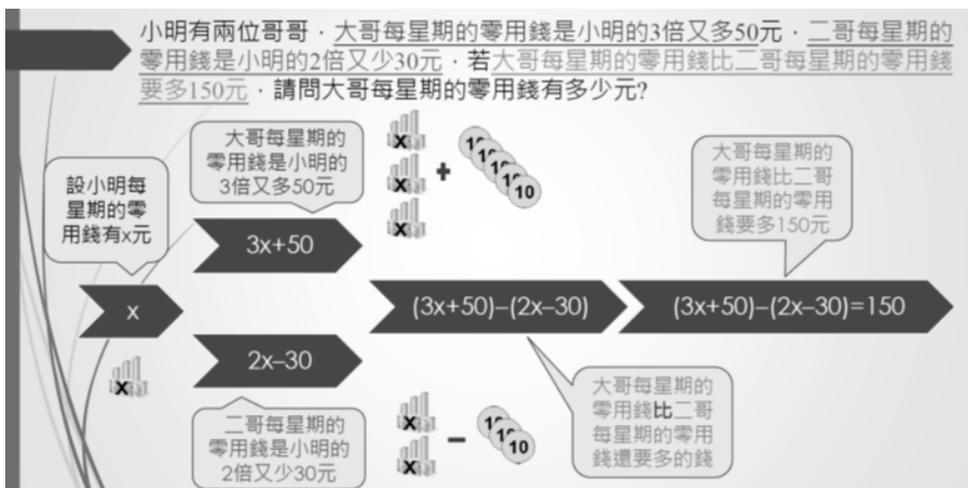


圖 9 解文字題 ppt 動畫教學

### 三、補救教學實施後學生的表現

#### (一) 奠基活動的補救教學能提升學生一元一次方程式的學習表現

研究者將學生在後測試卷的施測結果，以評量檢核表來呈現學生在各評量細目的達成情形，如表 15 所列。從表 15 來看，發現經過了補救教學後，7 位學生幾乎可以完全學會關係類型二的一元一次方程式的問題，但到了關係類型三的問題時，其達成率就急速下降（從 95% 下降到 69%，下降了 26%），可見括號的出現對低成就學生來說是一個學習的困難和關卡，且從關係類型三到關係類型四的達成率也下降很多（從 69% 下降到 51%，下降 18%），也可看出當符號代表數的次數從 2 次增至 3 次時，所增加的關係複雜度是學生在一元一次方程式學習時的另一個困難和關卡。

若針對每位學生的個人達成率做前後測的比較（如表 16），發現經過了補救教學後，每位學生都至少進步 30% 以上。其中有四位進步 40~50%，有三位進步 30~40%，表示本研究發展的奠基活動補救教學，可以提升低成就學生一元一次方程式的學習表現。而在各層次學生的進步上，以層次三的學生進步最少，這可能和學生的資質有關，因為層次三中有一位資源班學生和一位相等程度學生，他們的起點行為是連小學的代數能力都不足。經過補救教學後能有這樣的表現，研究者認為奠基活動的補救教學課程對他們產生不小的學習助益。

表15 學生在後測試卷中各評量細目的達成率

關係類型	評量細目	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	細目達成率	類型達成率
一	以 $ax+b$ 代表數	1	1	1	1	1	1	1	100%	100%
	列方程式 $ax+b=k$	1	1	1	1	1	1	1	100%	
	解方程式 $ax+b=k$	1	1	1	1	1	1	1	100%	
	解文字題 $ax+b=k$	1	1	1	1	1	1	1	100%	
二	列方程式 $ax+b=cx+d$	1	1	1	1	1	1	1	100%	95%
	解方程式 $ax+b=cx+d$	1	1	1	1	1	1	1	100%	
	解文字題 $ax+b=cx+d$	1	1	1	1	1	0.5	0.5	86%	
三	以 $c(ax+b)+d$ 代表數	1	1	1	1	1	0	0	71%	69%
	列方程式 $c(ax+b)+d=k$	1	1	1	1	0	0	0	57%	
	化簡 $c(ax+b)+d$	1	1	1	1	1	0	1	86%	
	解方程式 $c(ax+b)+d=k$	1	1	1	1	1	0	0	71%	
	解文字題 $c(ax+b)+d=k$	1	1	1	1	0	0	0	57%	
四	以 $(ax+b)-(cx+d)$ 代表數	1	1	1	1	1	0	0	71%	51%
	列方程式 $(ax+b)-(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	化簡 $(ax+b)-(cx+d)$	1	1	1	1	0	0	0	57%	
	解方程式 $(ax+b)-(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	解文字題 $(ax+b)-(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
五	以 $(ax+b)+e(cx+d)$ 代表數	1	1	1	0	0	0	0	43%	43%
	列方程式 $(ax+b)+e(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	化簡 $(ax+b)+e(cx+d)$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	解方程式 $(ax+b)+e(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
	解文字題 $(ax+b)+e(cx+d)=k$	1	1	1	0	0	0	0	43%	
學生達成率		100%	100%	100%	64%	50%	30%	34%		

註：1表示「達成」，0.5表示「部分達成」，0表示「未達成」。

表16 學生在前後測試卷的達成率比較表

	層次一			層次二		層次三	
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
前測達成率	64%	55%	55%	18%	9%	0%	0%
後測達成率	100%	100%	100%	64%	50%	30%	34%
進退步	+36%	+45%	+45%	+46%	+41%	+30%	+34%

在各關係類型的前後測達成率的比較上（如表 17），所有類型的達成率都

## 以奠基活動進行七年級一元一次方程式補救教學之行動研究

有進步 30%以上，而進步最多的是關係類型二 ( $ax+b=cx+d$ ) 的問題。探究其原因為關係類型二的問題是屬於國小升上國中新增的基礎題型，難度不高，但由於學生對國中數學的恐懼和排斥，加上教學時可能並未顧及低成就學生的學習需求，所以使低成就學生無法成功解決關係類型二的問題。但本研究所實施的補救教學讓學生能慢慢建構與理解其解題概念，而提高其解題的成功率，甚至連層次三的學生都大致能解決。

再從前測試卷檢核表（補救教學前）、隨堂測驗結果（補救教學後）、後測試卷檢核表（修正補救教學後），來分析個別學生在解方程式和解文字題兩部分關係類型進步的情況，發現本研究發展的奠基活動補救教學對每位學生在解方程式上都有不錯的效果（如表 18），每位學生約可進步 2 個類型，但在 ppt 動畫修正補救教學後，每位學生的進步就頗為有限，只能再進展 0.5~1 個類型。修正後的補救教學效果較有限，可能是因為對層次二、三學習能力的學生來說，奠基活動教學已經激發他們學習的最大潛能，想要再大幅進步可能有所困難。

表17 各關係類型在前後測試卷的達成率比較表

	關係類型一	關係類型二	關係類型三	關係類型四	關係類型五
前測達成率	64%	31%	27%	20%	9%
後測達成率	100%	95%	69%	51%	43%
進退步	+36%	+64%	+42%	+31%	+34%

表18 學生在解方程式的關係類型進展表

	層次一			層次二		層次三	
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
補救教學前	5	3	3	1	0	0	0
補救教學後	5	5	5	3	2	2	2
修正補救教學後	5	5	5	3.5	3	2	2.5

註1：表格內的數字代表關係類型，如5代表能解關係類型五的方程式，而數字 3.5代表能解關係類型三的方程式，但只能部份解決關係類型四的方程式。

註2：補救教學是以奠基活動教材所實施的教學，修正補救教學主要是再加入ppt 動畫教材所實施的教學。

而在解文字題關係類型進步的情形（如表 19），本研究也發現奠基活動補救教學在解文字題上對層次一的學生較為有效，每位學生約可進展 2~3 個類型，但卻對層次二、三的學生沒幫助。而在 ppt 動畫修正補救教學後，每位學生的解文字題能力，可以再進展 1~2 個類型，顯示 ppt 動畫修正補救教學對解文字題是有效的。原因可能在於此教學將整個列方程式歷程一步一步清楚呈

現，學生清楚如何列方程式後，就能提高解文字題的成功率。

表19 學生在解文字題的關係類型進展表

	層次一			層次二		層次三	
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
補救教學前	1	1.5	1.5	1	1	0	0
補救教學後	4	3	4	1	1	0	0
修正補救教學後	5	5	5	3	2	1.5	1.5

註：同表15

## (二) 奠基活動的補救教學能提升學生數學學習的興趣

在進行奠基活動的補救教學後，學生數學學習興趣量表的前後測結果比較如表 20。整體來看，學生在學習興趣量表後測的平均分數為 3.79，屬於中高學習興趣。而在個人方面，S1、S6、S7 的平均分數分別是 3.83、3.44、3.89，屬於中高學習興趣；S4 的平均分數是 2.94，屬於中低學習興趣；S2、S3、S5 的平均分數分別是 4.28、4.11、4.06，屬於高學習興趣。7 位學生大多是中高或高學習興趣，只有 S4 在中低學習興趣，但平均分數接近 3。

表20 學生在數學學習興趣量表的前後測結果比較

	層次一			層次二		層次三		總平均
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	
前測	1.00	3.78	3.06	2.17	3.17	1.00	1.00	2.17
後測	3.83	4.28	4.11	2.94	4.06	3.44	3.89	3.79
進退步	+2.83	+0.5	+1.05	+0.77	+0.89	+2.44	+2.89	+1.62

再從數學學習興趣量表前後測的比較結果來看，發現 7 位學生在學習興趣上都有進步。其中 S1、S6、S7 進步最多，從對數學的低學習興趣進步到中高學習興趣，而 S2、S3、S5 更是提升到了高學習興趣。可見奠基活動的補救教學能提升學生數學的學習興趣，尤其是對層次三的學生而言。

總結來看，本研究發現透過具象化的活動，如具體物的操作、圖像的表徵等來呈現概念的意涵和數量的關係，能有助於低成就生對於一元一次方程式的理解、列式與解題，這結果呼應了相關研究的發現（黃淑華等人，2014；楊仕榮，2009；謝宜芳，2014）。不過，以具體物來表徵負數情境時會有些困難；另外，本研究也發現有趣的數學遊戲能提升低成就生的學習興趣，這雖然呼應相

關研究的結果(楊仕榮, 2009), 但也發現在遊戲中要兼顧概念的連貫性及遊戲的趣味性, 並不容易。意即, 本研究發現奠基活動的確能提升學生的學習表現與興趣, 如教育部(2014)結案報告所言, 但抽象數學概念的奠基活動設計, 以及數學遊戲要兼顧概念的連貫與學習的趣味性, 仍有許多的挑戰待後續研究者或現場教師的努力。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

本研究以「具象有感、活潑有趣」的奠基活動理念來設計七年級一元一次方程式補救教材, 對7位七年級數學低成就生進行補救教學, 探討奠基活動補救教材實施的歷程與成效。結果發現, 奠基活動的一元一次方程式補救教材, 可以提升學生一元一次方程式的學習表現, 從個人的達成率來看, 每位學生都進步30%以上, 從關係類型的達成率來看, 每個類型也都進步30%以上, 學生在進行補救教學後, 無論在解方程式或解文字題的表現上, 每位學生都可以解決更難更複雜的關係類型的問題; 在數學學習興趣上, 每位學生都有提升, 其中S1、S6、S7從對數學低學習興趣提升到中高學習興趣, S2、S3、S5則從中高學習興趣提升到了高學習興趣。可見奠基活動的補救教材能提升低成就學生的數學學習興趣; 在教學實施歷程中, 本研究也發現奠基活動補救教材對於解方程式的成效較佳, 但在解文字題上, 只對層次一的學生較為有效, 對其他學生無效。經過訪談及教學省思後, 研究者針對學生的學習困難進行ppt動畫的教學設計, 發現ppt動畫補救教學在解文字題上對每位學生都很有效。因此, ppt動畫可補奠基活動補救教材在解文字題上的不足。最後, 本研究也發現奠基活動在一元一次方程式補救教材設計上的侷限性, 包括透過具體操作來表徵負數情境時會有所困難, 以及數學遊戲無法兼顧概念發展的連貫性和遊戲的趣味性, 這兩項奠基活動補救教材設計的局限, 供未來研究者或教師設計或使用時的參考。

### 二、建議

本研究根據研究歷程與發現提出以下幾點建議。首先在對數學補救教學實施上, 本研究發現奠基活動教材對解文字題的幫助較有限, 而增加ppt動畫的設計來提升學生的表現。因此建議未來教師在進行補救教學時, 宜保持彈性並採用多元的策略或材料, 根據學生的學習表現或概念的特性來進行設計與教學, 才能更發揮補救教學的成效; 其次在教材的設計和使用上, 本研究發現因學生個人的先備條件和補救教學的時間限制, 所以使程度較差的低成就學生在

## 專論

學習上有所侷限，無法全部學會所有類型的一元一次方程式問題。是否能透過教材的設計或調整來突破部分學生的學習限制？或需要針對個別學生的程度發展個別化的奠基活動教材設計？值得後續探討；最後針對未來研究部分，本研究採用行動研究法來探究一元一次方程式奠基活動補救教材實施的成效，未來可以在本研究的基礎上，進一步進行實驗或準實驗的研究設計，探討傳統教學、奠基活動教學、以及 ppt 動畫教學對於低成就學生數學學習表現的影響，以更了解奠基活動的成效。或是未來研究可以在本研究提出的一元一次方程式五個類型的基礎上，繼續擴充或精緻化更多類型，以更細緻的了解低成就學生在一元一次方程式上學習的成長。

## 參考文獻

- 王如敏（2004）。**國二學生解一元一次方程式錯誤題型分析研究**（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學數學系，高雄市。
- 田興蓉（2003）。**數學遊戲對國一學生學習動機影響之研究**（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學科學教育研究所在職進修專班，彰化縣。
- 李麗君、陳玟樺（2010）。數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究。**國民教育研究學報**，**24**，129-153。
- 林碧珍（1998）。利用「先解題再重述問題」之方法研究兒童的認知歷程。**國立新竹師範學院學報**，**11**，187-227。
- 俞宗賢（2007）。**數學低成就學生一元一次方程式補救教學之研究**（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學數學教學碩士班，高雄市。
- 洪有情（2003）。**青少年代數運算概念發展研究**。行政院國家科學委員會研究計畫成果報告（NSC-91-2522-S-003-016），未出版。
- 侯靜芳（2005）。**高雄市國一生解一元一次方程式錯誤類型之分析研究**（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學數學系，高雄市。
- 南一出版社（2015）。**國中數學教師手冊第一冊**。臺南市：南一。
- 徐偉民（2011）。**國小學校本位數學補救教學模組組織應用**。行政院國家科學委員會研究計畫成果報告（NSC 100-2511-S-153-006-MY2），未出版。
- 徐偉民、劉曼麗（2015）。**國小攜手計畫數學補救教學課程決定與教學實施之探**

究。當代教育研究季刊，23（1），113-147。

許宛琪（2006）。數位學習於國中數學補救教學之成效-以國一「一元一次方程式」單元為例（未出版之碩士論文）。國立新竹教育大學教育研究所，新竹縣。

郭輝煌（2014）。雲林縣國中生一元一次方程式錯誤類型之研究（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學數學教育學系，臺中市。

教育部（2008）。國民中學課程標準。臺北市：教育部。

教育部（2016）。國民中學補救教學基本學習內容。臺北市：教育部。

教育部（2014）。就是要學好數學（JUST DO MATH）計畫。臺北市：教育部。

黃淑華、鄭鈴華、王又禾、吳昭容（2014）。一元一次方程式應用問題的補救教學。台灣數學教師（電子）期刊，35（1），1-16。

黃政傑（1999）。課程改革。臺北市：漢文。

張景媛（1994）。數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念的研究。師範大學教育心理學報，27，175-200。

張景媛、余采玲、鄭章華、范德鑫（2012）。以對話式形成性評量進行數學補救教學的方法。教育研究月刊，221，50-64。

張新仁（2001）。實施補救教學之課程與教學設計。教育學刊，17，85-106。

楊仕榮（2009）。遊戲融入一元一次方程式運算之補救教學研究（未出版之碩士論文）。國立嘉義大學數學教育研究所，嘉義縣。

楊榮達（2006）。國中一年級學生一元一次方程式解題策略及錯誤類型之研究（未出版之碩士論文）。國立中山大學教育研究所，高雄市。

鄒美婷（2006）。遊戲教學融入實作評量應用於國小二年級數學領域之行動研究（未出版之碩士論文）。中原大學教育研究所，桃園縣。

劉環毓（2008）。數學遊戲融入七年級探究教學活動之行動研究（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學科學教育研究所，彰化縣。

蔣治邦（1994）。由表徵觀點探討新教材數與計算活動的設計。載於臺灣省國民教師研習會主編，國民小學數學科新課程概說（低年級）（頁 60-76）。臺

## 專論

北縣：臺灣省國民學校教師研習會。

賴勤薇 (2011)。數學遊戲融入國中數學科函數單元教學成效之研究 (未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學數理教育研究所，新竹縣。

謝和秀、謝哲仁 (2002)。國一學生文字符號概念及代數文字題之解題研究。九十一年度師範院校教育學術論文發表會論文集，3，1491-1521。

謝宜芳 (2014)。運用漫畫進行一元一次方程式的補救教學 (未出版之碩士論文)。臺北市立大學數學教育碩士在職專班，臺北市。

饒見維 (1996)。國小數學遊戲教學法。臺北市：五南。

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideals of algebra, K-12* (pp. 20-32). Reston, VA: NCTM.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University.

Dewey, J. (1938). *Experiential and education*. New York, NY: Collier.

Elliott, J. (1991). *Action research for educational change*. Milton Keynesand, Philadelphia: Open University Press.

Ke, F., & Grabowski, B. (2007). Game playing for maths learning: Cooperative or not? *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 249-259.

Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59-78.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York, NY: Macmillan.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1983). Strategy game and problem solving - An instructional pair whose time has come. *The Arithmetic Teacher*, 83(12), 26-28.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*

(pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Lewis, A. B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79, 363-371.
- Maharaj, A. (2008). Some insights from research literature for teaching and learning mathematics. *South African Journal of Education*, 28(3), 401-414.
- Piaget, J. (1974). *The child's conception of quantities*. London, England: Routledge & Kegan Paul. (Original work published 1941).
- Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification - The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503-518.
- Stein, M., Remillard, J., & Smith M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.

# **An Action Research on Using Mathematics-Grounding Activities to Implement One-Variable Linear Equation Remedial Instruction on Seventh Graders**

**Hsin-Hsiung Hsiao\* Wei-Min Hsu\*\*  
Wen-Chin Kuo\*\*\***

The purposes of this study are to develop mathematics-grounding teaching materials of one-variable linear equation remedial instruction for seventh graders and to investigate the related implementation process and learning effects. This study has adopted an action research method. The mathematics-grounding teaching materials were designed according to the grade specifications of one-variable linear equation and the remedial instruction were implemented on seven underachievers. During the remedial instruction, classroom observations, quizzes and interviews were used to determine the performances of the students and to modify the curriculum and instruction accordingly to improve the students' performances. The research results show that the remedial curriculum did improve the learning effects of underachieving students regarding one-variable linear equation, and the remedial curriculum did increase students' interest level. There were some limitations on such instructional design. However, the PPT animation materials can help to improve the learning effects of word problems solving.

Keywords: mathematics-grounding activity, one-variable linear equation, remedial instruction, action research

\* Hsin-Hsiung Hsiao, Teacher, Da-Tung Senior High School of Pingtung County

\*\* Wei-Min Hsu, Professor, Department of Education, National Pingtung University

\*\*\* Wen-Chin Kuo, Assistant professor, Department of Science Communication, National Pingtung University

---

Corresponding Author: Wei-Min Hsu, e-mail: ben8535@mail.nptu.edu.tw