

台灣、美國和新加坡小一數學教材內容之 比較研究

楊德清* 施怡真** 徐偉民*** 尤欣涵****

本研究之主要目的是探討台灣、美國和新加坡三個國家的數學教科書中，市佔率較高之台灣部編版數學、美國每日數學（Everyday Mathematics）與新加坡大家一起學數學（My Pals are Here! Maths.）之國小一年級數學教材內容之差異。本研究採用內容分析法，以教學目標為分析單位。研究發現如下：1. 「大家一起學數學」的內容較深較廣，教材內容包含心算、進位加法和退位減法的直式運算，以及乘法運算與除法概念，並強調理解與熟練。2. 「每日數學」的教學內容除了分數教學外，對於「容量」、「面積」、「溫度」和「機率」方面皆有初步的概念介紹。3. 「部編版數學」則缺少幾何樣式的延伸、輔助學習的圖像表徵以及「擬題」之相關單元的教學目標，亦未看到使用科技輔助數學學習的融入。

關鍵字：一年級、內容分析法、國小、教科書、數學

* 作者現職：國立嘉義大學數理教育研究所教授

** 作者現職：嘉義市僑平國小教師

*** 作者現職：國立屏東教育大學數理教育研究所助理教授

**** 作者現職：國立嘉義大學數理教育研究所研究助理

通訊作者：楊德清，e-mail: dcyang@mail.ncyu.edu.tw

壹、 研究動機與目的

數學是一切科學的基礎，亦為國家競爭力之根本（National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Stein, Remillard, & Smith, 2007）；同時，教育的主體是學生，國民教育的目的在培養學生具備社會共通的基本能力，而教科書則是藉以達成此教育目標的重要途徑（黃政傑，1998）。因此，世界各國的教育改革中常常探討“如何編好數學課本？如何真正地落實數學教科書之精神與教好數學？”等議題（Floden, 2002; Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004; Tarr, Chavez, Reys, B. & Reys, R., 2006; Tornroos, 2004; Stein, et al, 2007），而研究更指出數學課程編排之良窳會影響學生之數學學習機會以及數學成就之表現（Mullis, et al., 2004; Tarr, et al., 2006）。

台灣從數學課程改革以來，教材編製從統一版本開放至多種版本，其中在民國九十五年由國立教育研究院籌備處編輯的版本（一般稱為部編版）在市場上的佔有率為 41.7%（李盈萩，2009）；新加坡近年來在國際數學測驗的表現傑出（如 TIMSS 2007），受到全世界的關注。新加坡教育局於 2001 年頒佈新綱要，數學教材的選擇也從統一版本開放至六種版本，「大家一起學數學」(My Pals are Here! Maths [大家一起學數學]) 則是目前在新加坡小學中使用率最高（60%）的版本（吳麗玲、楊德清，2007）；而美國的數學教育發展一直備受矚目，而且影響著其他國家數學教育發展的走向。但因其幅員廣大，故其數學教材的選擇也因各州的政策而異，教科書的質量問題這幾年也開始受到美國教育界的關注（Stein et al., 2007），而「Everyday Mathematics [每日數學]」是目前美國小學中使用率最高（19.2%）的版本（Reys, B. & Reys, R., 2006）。教科書的開放是當前世界教育發展趨勢，而教科書對於學童學習數學亦扮演著重要的角色，如 Törnroos（2004）之主張：藉由進行教材分析對於提升學生的學習數學有很大的幫助。課程、教材與學生學習成效緊密關聯，課程與教材的良窳是影響學生學習成效的關鍵之一（吳麗玲、楊德清，2007）。此外，Hiebert 等人（2003）以及 Stigler 和 Hiebert（2004）亦強調透過國際間之數學教科書比較可以進一步瞭解本國之數學教科書之優缺點，以做為未來改進之參考。因此，本研究選擇影響國際數學教育走向甚鉅的美國、國際數學測驗表現傑出的新加坡、以及台灣等三個國家市場佔有率最高的數學教科書進行探討與深入分析，期望研究結果可做為國內未來課程改革之參考依據。此外，由於語言之限制或教科書不易取得之限制（如日本教科書、蘇俄教科書或芬蘭教科書），本研究之研究範圍只侷限於美國、新加坡以及台灣等三個國家。

基於上述研究動機，本研究之研究目的為：台灣、美國和新加坡國小一年級數學教材之數學教學目標、概念編排順序與活動內容差異之比較。

貳、文獻探討

一、三國數學教材發展過程和小一教材內容

(一) 台灣「部編版數學」

台灣於民國五十七年頒布九年義務教育國小課程標準，民國六十四年公佈國民小學課程標準作為正式的標準規範，直到民國八十二年有鑑於時代與環境不變以及社會與文化轉型，開始修訂課程標準，一般稱為 82 年版課程標準。其數學教育目標為輔導兒童從日常生活經驗中獲得有關數學知識，進而培養有效運用數學方法，以解決實際問題的態度及能力。強調建構數學概念、解決問題、溝通、批判等能力，而淡化原先課程的側重數、量、形，由重視計算能力轉而強調概念的理解與運用。接著在民國八十九年公佈了九年一貫課程暫行綱要，自民國九十年起實施九年一貫課程，強調以學習者為主體，以知識完整面為教育主軸，以終身學習為教育目標。同時為因應數學家強調數學知識及數學能力之重要，進而公布九年一貫課程正綱，以培養國民具備分析資料、形成臆測、驗證與判斷的能力，進而強化數學知識與數學能力（教育部，2003）。

「部編版數學」是由國立教育研究院籌備處（2006）主編，依據九年一貫數學領域課程綱要編輯，其編輯理念為「提供學生豐富的數學知識，利用日常生活情境教導學生數學基本概念，汲取日常生活中的經驗引導學習進入數學的世界，重視學生的學習經驗，根據已具有的經驗來設計教材內容的活動與學習素材」（教育部國教司，2005）。「部編版數學」依據九年一貫數學領域學習目標進行編輯，而九年一貫的數學課程強調課程的設計以學生為主體，以生活經驗為重心，希望學生能掌握數、量、形的概念與關係，並培養學生的數學素養、發展解決問題、表達與理性溝通、批判分析、以及欣賞數學的能力（教育部，2003）。同時，九年一貫數學課程將數學學習的內容分為數與量、幾何、代數、統計與機率四大主題，而「部編版數學」小學一年級的數學學習內容則包含了數與量、幾何、統計和機率三個主題，共有 20 個單元（上下學期各 10 個單元），其單元的分類如表 1。從表 1 來看，「部編版數學」一年級的數學教材的內容以數與量的主題為主。

表 1 「部編版數學」一年級單元名稱

內容	單元名稱
數	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 10 以內的數 ➤ 100 以內的數 ➤ 數的順序和大小 ➤ 20 以內的加減 ➤ 分與合 ➤ 二位數的加法 ➤ 10 以內的加法 ➤ 二位數的減法 ➤ 10 以內的減法 ➤ 直式紀錄 ➤ 20 以內的數和加法 ➤ 錢幣 ➤ 用錢
測量	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 物件的長短 ➤ 幾點和幾點半 ➤ 時間和日期 ➤ 長度
統計	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 10 以內的加法（認識圖表）
幾何	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 在哪裡 ➤ 認識形狀 ➤ 認識立體形體 ➤ 數的順序和大小

註：採自國民小學數學第一、二冊，國立教育研究院籌備處，2006。台南：翰林。

(二) 美國「每日數學」(Everyday Mathematics)

1957 年蘇聯發射全世界第一枚人造衛星後，美國大為震驚，要求改革數學與科學教育的呼聲四起，因而產生了 60 年代著名的「新數學」運動。1967 年的第一次國際學生數學成就比較結果，美國學生的數學成績普遍低於其他參加測試的亞洲和歐洲學生，如此表現讓許多關心美國教育及數學教育的團體感到擔憂，也印證了「新數學」課程改革的失敗。於是美國數學教育在 70 年代興起所謂的「回歸基礎」(Back to Basics) 運動，強調反覆的練習以熟練各種數學的基本計算，然而美國學生在 80 年代的國際數學評比中的排名仍是低落，證明美國數學教育改革的方向仍有錯誤。因此美國開始著手進行數學教育的改革，國家科學基金會 (National Science Foundation)，國家研究委員會 (NRC)，以及全國數學教師委員會 (NCTM) 等機構紛紛投入許多的資源，致力於提升各級學校學生的數學能力，於是 1989 年 NCTM 公布《學校數學課程與評量標準 (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)》，目的在提供教師正確的數學教育方向，試圖為二十一世紀的美國數學教育規劃出宏偉藍圖，這波數學課程改革的走向深受當時新興知識建構論的影響，教學過程強調學生才是學習的主體，唯有學生從自身經驗中所建構出的知識，才能有助於培養其解決問題的能力，才是有意義的學習。接著 NCTM 經過 10 年的努力，整合課程、教學與評量之精神，在 2000 年出版《學校數學原則與標準 (Principles and Standards for School Mathematics)》，提出數學教育的六大原則---「公平」、「課程」、「教學」、「學習」、「評量」與「科技」，並將十大課程標準分為五個數學內

容標準分別為「數與運算」、「代數」、「幾何」、「測量」、「資料分析與機率」等五個主題。此過程奠定美國數學教材之發展。

「每日數學」於 1993 年在美國教育部之支持下，由美國芝加哥大學之研究者、數學教育工作者和班級教師群等合作努力下，於 1997 年完成小學六個年級的數學教科書 (Bell, J. & Bell, M., 2004)，期望能改善美國的數學教育。以一到三年級的數學為例，數學教材延續前期的發展，逐步增加學生對心理運算、算術符號、測量、幾何、收集與使用資料、初級代數等主題。特別強調從日常生活、科學、地理以及其他課程領域中形成「數的故事」問題並解決問題 (Bell, J. & Bell, M., 2004)。「每日數學」屬於「標準本位」(standard-based) 的數學教材，和傳統取向的數學教材不同，除了呼應 NCTM (1989) 所出版《學校課程和評鑑標準》一書的主張外，也強調學生在主動探索和思考過程中，來建構對於數學概念的理解，並從中培養數學思考、推理、解題、溝通等能力。而 NCTM (2000) 將數學學習的範疇包括數與計算、代數、幾何、測量、統計和機率等五大主題。由這五大主題來看每日數學教材的內容，則發現其小一的數學學習內容有 10 個單元，有 9 個單元涵蓋四大主題（代數除外），最後一個單元為期末的複習與評量如表 2。從表 2 來看，「每日數學」一年級的學習內容以數與計算和測量兩大主題為主。

表 2 「每日數學」一年級單元名稱

內容	單元名稱
整數	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 建立日常生活中的慣例 ➤ 每天使用的數字 ➤ 視覺的樣式、數字樣式、數數 ➤ 測量和基本事實 ➤ 位值、數字故事、基本事實 ➤ 發展事實力量 ➤ 心算、錢幣、分數 ➤ 位值和分數
錢幣和測量	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 建立日常生活中的慣例（月曆） ➤ 每天使用的數字（時鐘、整點報時） ➤ 視覺的樣式、數字樣式、數數（半點報時） ➤ 心算、錢幣、分數 ➤ 測量和基本事實
統計	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 建立日常生活中的慣例（記錄計數單位） ➤ 視覺的樣式、數字樣式、數數（記錄日） ➤ 發展事實力量（資料界標）
幾何	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 幾何和性質

註：採自 Everyday Mathematics Grade 1. Bell, J., & Bell, M. (2004). Chicago: Wright Group/Mc Graw Hill.

(三)「大家一起學數學」(My Pals are Here ! Maths)

新加坡於 1960 年引入新數學，從 1965 年開始，小學與國中遵循統一之課程，到高中才分開為兩個選修課程，其中一個選修課程有較多新數學的部份。新加坡學校制度是承襲英國教育制度加以改革而成，1979 年頒布新的學制，1981 年又引入加速課程，新加坡中學的終結考試為「新加坡-劍橋」一般教育文憑普通程度考試 (Cheung & Chong, 1993)，故考試範圍主要是依據英國式的考試。到了 2001 年開始另一波的數學教育改革，教育精神著重在每個小孩不同的性向與能力，目的在使每個人的潛能得以盡情發揮，以成為未來建設新加坡的棟樑，藉由廣泛的課程以提升文化水準，並培育其健全的道德價值觀 (翁婉珣，2004)。於是在 2001 年頒布新的課程綱要，這份數學綱要是以「數學解題」作為一個核心價值，而在此核心四周放置了五個面向的概念：態度、後設認知、程序、觀念、技能。

新加坡在 2001 年開放民間出版業者參與研發教科書，「大家一起學數學」是新加坡為因應此教育改革所編製的一套教材，本教材之前身是「基礎數學」，這套教材是促使新加坡學生在 TIMSS1995、1999 和 2003 年國際數學評量中表現出眾的教材。目前新加坡共有六種小學數學教材，而「大家一起學數學」目前之市佔率最高，約 60%。「大家一起學數學」是依據認知心理學 (尤其是後設認知概念與知識建構論的觀點) 編製而成的教材 (Fong, Ramakrishnan, & Lau, 2007a, 2007b)，此套教材能讓學生有系統地學習數學概念、技巧及解決問題的策略，並透過課堂的小組活動讓學生在活動中反思、重建他們所學習的數學知識，教材提供非例行性問題鼓勵學生在解題過程中進行思考 (Fong, et al., 2007a, 2007b)。「大家一起學數學」的編輯理念，其實呼應了「課程計畫與發展局」(Curriculum Planning and Development Division [CPDD], 2006) 所設定的數學學習目標，即以解題為中心，並且在解題的過程中來發展數學概念、技巧、態度、後設認知、以及過程能力。其中，在數學學習的概念包含了數、代數、幾何、統計、機率、分析等主題，而一年級數學學習內容共有 19 個單元，如表 3。從表 3 來看，大家一起學數學一年級的學習內容以數的主題為主。

表 3 「大家一起學數學」一年級單元名稱

內容	單元名稱
數	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 10 以內的數 ➤ 數字聯結 ➤ 10 以內的加法 ➤ 10 以內的減法 ➤ 序數 ➤ 20 以內的數 ➤ 錢幣(1)
測量	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 20 以內的加法和減法 ➤ 40 以內的數 ➤ 心算 ➤ 乘法 ➤ 除法 ➤ 100 以內的數 ➤ 錢幣(2)
統計	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 長度 ➤ 重量 ➤ 時間
幾何	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 統計圖表 ➤ 形狀和樣式

註：採自 Maths 1A & 1B. Fong, H. K., Ramakrishnan, C. & Lau, P. W. (2007). Singapore, Marshall Cavendish Education.

(四) 對本研究的啟示

不少研究指出兒童數學能力的發展，早在學前就已開始萌芽（王國亨、簡清華，2008；張麗芬，2005；Glenda & Margaret, 2009; Gelman & Meck, 1992）。可見學童在學齡前，其日常生活中的經驗已悄悄地啟發他們的數學能力，所以對於甫進入一年級的新生而言，數學教材能以日常生活經驗為基礎，與日常生活情境做連結，一方面可引起學生的學習興趣，另一方面可以讓學生體認生活中數學的實用性。從上述文獻分析，可以發現三種教材之設計理念皆重視運用情境或繪製的圖表，將數學教材與學生的日常生活經驗相結合。而在課程目標方面，也發現三種教材都強調數學概念、技巧、態度、思考和推理能力等包含認知和情意的數學學習目標，同時學習的主題都涵蓋了數、測量、幾何和統計等，從這裡可以看到三種教材之間共同性。不過，每個數學學習主題所佔的比例，以及每個主題所強調的概念和呈現的方式等，都值得進一步比較和探討，才能更了解三種數學教材之間的差異性，以作為後續教材編修或教師教學的參考。意即，三個國家的一年級教材雖已落實融入生活情境的教學理念，也涵蓋了相同的學習主題，但是在教材的編排和概念的呈現上，各國的數學教材如何呈現生活化的數學情境，以及其呈現方式的差異為何，則有賴於對各國的教材進行更深入的分析。

二、數學課程比較之相關研究

(一) 相關研究分析

在過去，數學課程和學生數學學習之間的關係並未受到重視。受到“*No child left behind*”政策的提出，以及美國數學教師協會出版《學校數學課程和評量的標準》一書的影響（NCTM, 1989），開始重視數學課程與學生數學學習結果之間的關係，以檢驗所提出的課程計畫的有效性（Stein et al., 2007）。課程計畫最直接落實的便在於教科書的層面，過去的研究也顯示教師的教學大部分是依據教科書的內容來進行（Grouws, Smith, & Sztajn, 2004），同時美國國家研究協會（National Research Council [NRC], 2004）也指出教科書的分析是評鑑課程有效性與否的重要一環，由此可見教科書分析的重要。

國內教科書分析的研究也在逐漸發展：陳梅生和吳德邦（1986）針對美國波斯頓市國小數學課程和我國 64 年版數學課程進行比較，針對兩國在不同的數學主題中，教材內容和教材順序呈現上的差異。結果發現，在內容的部分，美國有而我國所無的教材，多為日常生活應用的教材，但我國有而美國所無的教材，則在程度上較深。而在順序方面，美國放在我國之前的教材，多為日常生活知識，而我國放在美國之前的教材，則常為運算方法；陳宜良、單維彰、洪萬生與袁媛（2005）針對七個國家（美國加州、新加坡、中國、南韓、日本、英國以及台灣）之數學課程綱要（標準）進行比較研究，結果發現台灣數學課的授課時數比例偏低，美國加州與新加坡一年級數學課的授課時數超過台灣的一倍之多，可見其他國家非常重視數學的學習。反觀我國實施九年一貫課程後，為追求課程統整與學習多元化，大幅減少數學課的時數，與世界潮流趨勢相反的做法值得省思。

此外，吳麗玲和楊德清（2007）採用內容分析法來探討台灣九年一貫康軒版、美國情境數學（*Mathematics in Context*）與新加坡大家一起學數學之小學五、六年級分數教材佈題呈現與知識屬性的差異。結果顯示（1）康軒數學之分數教材內容比重、教學時數與練習題數明顯少於另外兩個版本（2）整體分數教材之內容深度以大家一起學數學最深，情境數學的概念最為基礎（3）情境數學之佈題情境多屬真實情境與虛擬情境，大家一起學數學和康軒數學則有將近一半以上仍屬無情境佈題；情境數學多屬概念性問題，大家一起學數學和康軒數學則多屬程序性問題；徐偉民、徐于婷（2009）以內容分析法進行台灣康軒數學和香港二十一世紀數學教科書中代數教材的分析，發現在代數整體目標方面，兩地教材目標都強調代數的基本概念的建立和未知數符號的認識與應用。在代數概念呈現方面，台灣以螺旋式呈現，同一概念在不同年級反覆出現，而香港採用主題式獨立呈現，代數概念在不同年級分開呈現。從教材內的佈題來

看，兩地代數佈題比例最高的是「關係式和方程式」，但是「未知數的進階表徵」這部分台灣所佔的比例很低。這些相關研究都說明了台灣進行教科書分析的成果，同時也從教科書分析中了解到台灣數學教科書的優勢與可能的限制。

(二) 對本研究的啟示

由上述的分析可以發現，對於比較數學教科書相關議題的研究法均採用內容分析法，NRC（2004）所提出的數學課程評鑑架構中，也建議教科書的評鑑與分析宜採用內容分析法，故本研究採用內容分析法進行比較。同時透過不同國家教科書的比較分析，除了可以看出共同的趨勢與編輯理念外，更重要的是透過比較分析，了解到台灣數學教科書所不足的地方，包括教學時數分配不如其他國家、某些主題（如分數）概念呈現的範圍和深度不足、以及數學問題的情境與焦點的不同等。過去國內所進行的比較分析，關注的焦點大都在於某一個主題概念呈現的方式和特色，雖然可以了解到某一概念鋪陳的焦點與差異，但是較少針對整體的層面進行分析。因此，本研究預計從整體數學概念的角度（包含數、測量、幾何、統計等），針對小一的數學教材進行分析。以小一數學教材為對象，最主要的考量是因為小一的數學教材是學生接受國民教育的第一本正式教材，不僅影響未來數學學習與發展，同時由於各國數學教材的編輯都具有一貫性，因此可以從小一數學教材的比較與分析，了解到不同國家教材對數學概念呈現的焦點與範圍，作為後續進一步探討與分析的基礎。因此，本研究將針對國小一年級數學課程教材內容進行分析比較，瞭解新加坡、台灣與美國三國國小一年級數學課程之內容差異為何，以做為未來課程編修的參考。

參、研究方法

本研究採用內容分析法，從定量與定性分析兩方面著手進行比較各國小一數學課程安排之教學目標、脈絡與教材編排情形之異同。

一、研究對象

(一) 台灣「部編版數學」

教育部於2005年推出國小一年級之部編版數學教科書，由國立教育研究院籌備處主編，教材是以「九年一貫數學領域課程綱要」的基本理念和教學內容為依據所編寫。其編輯理念為提供學生豐富的數學知識，利用日常生活情境引導學生數學基本概念，從日常生活中的經驗引導學習進入數學世界，並重視學生的學習經驗以設計教材內容與學習素材。因此，本研究乃以此國立教育研究院籌備處（2006）出版的一年級數學教科書為分析對象。

(二) 美國「每日數學」

「每日數學」是美國芝加哥大學在亞摩科基金會(Amoco Foundation)贊助下所進行之六年期研究計畫，並於1996年完成小學六個年級的數學教科書，強調從日常生活、科學、地理以及其他領域中形成數學問題，發展評論性的思考，並解決問題，透過進行中的課程範例和數學遊戲，反覆練習基本技能，並且定期的回顧題目，以確保概念能充分發展的一套教材，同時提供機會給學生探索多種數學內容，進而讓學生把他們所習得的基本事實與技能運用於幾何，測量和代數問題。因此，本研究乃以Wright Group (2004a, 2004b)所出版的一年級數學教科書為分析對象。

(三) 新加坡「大家一起學數學」

「大家一起學數學」的前身是新加坡「基礎數學」，且其教材編輯群亦與「基礎數學」之編輯群相同，而促使新加坡學生在TIMMS1995、1999和2003的國際數學評量中表現出眾的教材，即是使用「基礎數學」此套教材(Singapore Math. Com. Inc., 2005)。「大家一起學數學」教材的編輯理念是依據CPDD(2006)所設定的數學學習目標，運用插圖與遊戲活動增加學生學習數學的興趣，並以解題為中心，使用具體與抽象的模式呈現各個數學主題概念，讓學生發展穩固的數學基礎、創造力以及批判思考的能力，並強調解題技巧的發展。因此，本研究乃以Fong, Ramakrishnan和Lau(2007a, 2007b)所出版的一年級數學教科書為分析對象。

二、內容分析之類目建構

本研究採用定量和定性的內容分析法進行探究，以下說明本研究之內容分析單位與類目、內容分析資料之處理、以及本研究之信、效度分析。

(一) 內容分析類目與單位

類目的形成有二種型式：一為依據理論或以往研究結果發展；另一為研究者自行發展(歐用生, 1991)。本研究參考Hiebert, Gallimore, Garnier, Givvin, Hollingsworth與Jacobs(2003)對七個國家的數學課程所使用之研究工具為基礎，以及國內相關研究(吳麗玲、楊德清, 2007；徐偉民、徐于婷, 2009)之分類，針對三國一年級數學學習內容擬定出本研究之主類目，再針對三個國家國小一年級數學課程綱要之教學目標做次類目的分類，並再針對研究需要做修訂，發展出本研究之內容分析類目與單位。分類說明如下：

1.分析類目

本研究之主類目係針對三個國家一年級數學學習內容作綜合分析探討，以擬定出本研究之主類目為「數」、「測量」、「統計」、「幾何」，以及次類目之內容如表 4。

表 4 主類目與次類目表

主類目	次類目
數	數字的基本概念、四則運算的基本概念、錢幣
測量	長度、重量、容量、面積、溫度、時間
統計	圖表、機率
幾何	形狀、方位

2.分析單位

本研究之主要目的在探討三國小一數學教材之數學教學目標、概念編排順序與活動內容之差異。在比較數學教學目標之差異部份，以量化分析為主。因此，本研究在考量本身的研究企圖、三個國家教科書實際呈現的方式，乃決定以條為分析單位，來進行三國數學教學目標之量化的比較與分析。例如：在主類目「數」，次類目「數字的基本概念」下之「數字 100 以內的讀寫」即視為一條教學目標。表 5 說明國小一年級數學教學目標之分析架構表，以進行比較三個國家數學版本教學目標之差異。

表 5 國小一年級數學教材內容分析架構表

主類目	次類目	說明
一、 數	A、數字 的基本概 念	數字符號與位值： <ul style="list-style-type: none"> ■ 數到 100 ■ 數字 100 以內的讀寫 ■ 了解個位和十位數字的位值，進行位值的換算基數與序數 ■ 能說出給定物件數的數量 ■ 能用物件表徵一個給定的數 ■ 使用序數，像是第一、第二，直到第十 比較與安排順序： <ul style="list-style-type: none"> ■ 依據不同的數字比較兩個或更多的數字 ■ 比較 100 以內的數字 ■ 將數字由小到大以及由大到小作排列

		數字的樣式： <ul style="list-style-type: none"> ■ 能 2 個一數、5 個一數、10 個一數 ■ 能分析數字的樣式並延伸做一般化 認識分數： <ul style="list-style-type: none"> ■ 能理解並表徵一般常用的分數
B、四則 運算的基 本概念	加法和減法： <ul style="list-style-type: none"> ■ 圖解說明減法和加法的意義 ■ 在包含加法或減法的給定情境中，寫下數學式 ■ 熟練基本加減法 ■ 認識加法和減法關係，認識加法交換律、加減互逆 ■ 計算加法和減法的數字包含：二位數和個位數、二位數和十位數、二位數和二位數、 ■ 連加、連減、加減混合計算三個一位數的數字 ■ 完成簡單的加法和減法心算，包含兩位數和一位數，以及兩位數和十位數。 ■ 解一個步驟的加法和減法文字題 乘法： <ul style="list-style-type: none"> ■ 能說明乘法的意義是由累加而來的 ■ 在給定的乘法情境中寫出數學算式 ■ 能做數字乘積小於 40 的乘法數字運算 ■ 能用圖解法解決一步驟的乘法文字題 除法： <ul style="list-style-type: none"> ■ 能將 20 以內的數做等分：等分除與包含除 	
	C、錢幣	<ul style="list-style-type: none"> ■ 能說出不同硬幣和紙幣的面額 ■ 能做一個硬幣/紙幣面額等價換算至另一個硬幣/紙幣 ■ 能說出錢的總額 ■ 能做錢幣的加減運算 ■ 能解一步驟的錢幣加法和減法文字題
二、 測量	A、長度	<ul style="list-style-type: none"> ■ 能認識長度，並做直接比較 ■ 能在使用非標準單位下，利用間接比較或以個別單位實測的方法，比較兩個或更多物件的長度
	B、重量	<ul style="list-style-type: none"> ■ 能認識重量，並做直接比較 ■ 在使用非標準單位下，比較兩個或更多物件的重量

	C、容量	■	能認識容量，並做直接比較
	D、面積	■	能理解面積大小是由單位面積累計而來
	E、溫度	■	能認識並報讀攝氏和華氏溫度
	F、時間	■	能認識常用時間用語，並報讀日期 能做鐘面上整點與半點的報時
三、 統計	A、圖表	■	能將給定的資料繪製成圖表
		■	能理解並說明圖表
	B、機率	■	能理解投擲骰子點數出現的機會均等
四、 幾何	A、形狀	■	能認識直線和曲線
		■	能辨認、描述與分類簡單平面圖形與立體形體
		■	能描繪或仿製簡單平面圖形
		■	能依給定圖示，將簡單形體做平面鋪設與立體堆疊
		■	能說出下列形狀的名稱：長方形、正方形、圓形、三角形
		■	能說出下列以 3-D 物件呈現的形狀：長方形、正方形、圓形、三角形
		■	能說出立體形體的名稱：正方體、球體、圓錐、圓柱、長方體
		■	能分析如何將樣式的重複與延伸做一般化。
		■	能依據形狀、大小、顏色或其中兩種的屬性完成樣式
		■	能完成 3-D 立體的樣式
	B、方位	■	描述某物在觀察者的前後、左右、上下及兩個物體的遠近位置。

(二) 內容分析資料之處理

在內容分析法中，定量的分析主要方法之一為頻數分析，是以頻數和百分比統計各類目出現的頻率（歐用生，1998）。最常用以詮釋資料的方法是經由出現的次數、百分比及某一特定內容相對於整體內容出現的比率。本研究將資料加以彙整處理方式如下：

1. 根據本研究鎖設定的分析類目，來對三個國家國小一年級數學教材中的教學內容，其所指涉的教學目標進行分類、計數與統計，以了解三個版本數學教材在不同主題教學目標分布上的差異。

2. 在定性分析方面，根據定量分析的結果，分析其分配情形，並針對國小一年級數學概念的內容、概念呈現的順序與呈現方式，做為描述與比較的

基礎，以比較三個版本一年級數學教材呈現的深度與廣度，以及概念的編排與呈現活動的特色。

(三) 內容分析之信效度

1. 分析類目表的信度

內容分析法中的信度分析是指測度研究者內容分析之類目及分析單元，是否能夠將內容歸入相同的類目中，並且使所得的結果一致。故本研究之信度採用評分者一致性作為信度的檢驗方式，評分者信度是指評分員對內容單位分派各類目的一致性程度，評分者信度的誤差來源在評分者間的評分差異(郭生玉，2005)。因此，評分員彼此對單位的同意度與一致性越高，即表示該研究的信度越高。以下說明評分者的組成與信度分析的步驟：

(1) 評分員的選定

本研究邀請兩位評分員進行信度檢驗，此二位評分員皆為資歷豐富的國小教師，其中一位已取得數學教育研究所之學位。同研究者共計三位評分員，一同進行評分者一致性的檢定。

(2) 信度分析的步驟

①選取樣本：台灣、美國與新加坡之國小一年級數學教材。

②說明：將類目表、各類目之相關定義與分類標準發給每位評分員閱讀，並說明歸類方式和原則。

③歸類：研究者與二位評分員，進行類目歸類。

④信度計算：本研究之信度考量，採用評分員信度法檢視評分者間同意度，採信度簡易公式計算(王石番，1996)，依格伯那(Gerbner)之文化指標，設立0.80為信度係數標準，評分員與研究者共同進行相互同意度的檢定。

研究者與二位評分員共同進行相互同意度的檢定(研究者與A評分員、研究者與B評分員、以及A、B評分員之相互同意值分別是0.773、0.745、0.725)，結果顯示信度達0.899(>0.8)，具良好之信度(內容分析的平均相互同意度達0.8以上，即表示分類具一定的可信度)。

(四) 分析類目表的效度

本研究採專家效度，在編製過程中，多次與數學教育專家進行討論，根據其意見做修正並修訂類目表，以建立本研究的專家效度。同時在資料分析的過程中，採三角校正的方式，避免研究者個人主觀態度的呈現，同時邀請兩位國小教師協助資料之分析，讓資料的分析能以更客觀的方式呈現。研究者與兩位分析人員獨立分析結果之一致性相當高，並能客觀地呈現資料分析原貌。

肆、研究結果與討論

一、教學目標內容之分析比較

將各版本之教學目標分類統計其次數並計算百分比，如下表 6 和圖 1、圖 2：

表 6 分析類目總表

主類目	次類目	部編數學	每日數學	大家一起學數學
數	數字的基本概念	27 (21)	42 (26)	43 (18)
	四則運算的基本概念	49 (37)	39 (24)	106 (44)
	錢幣	13 (10)	18 (11)	33 (14)
小計		89 (68)	99 (61)	182 (76)
測量	長度	11 (8)	13 (8)	8 (3)
	重量	0 (0)	1 (1)	14 (6)
	容量	0 (0)	1 (1)	0 (0)
	面積	0 (0)	1 (1)	0 (0)
	溫度	0 (0)	6 (4)	0 (0)
	時間	13 (10)	15 (9)	7 (3)
	小計	24 (18)	37 (24)	29 (12)
統計	圖表	2 (2)	8 (5)	10 (4)
	機率	0 (0)	1 (1)	0 (0)
	小計	2 (2)	9 (6)	10 (4)
幾何	形狀	8 (6)	16 (10)	13 (5)
	方位	8 (6)	0 (0)	6 (3)
	小計	16 (12)	16 (10)	19 (8)
	合計	131	161	240

註 1：合計之總次數與各版本之教學目標總次數有些微差距，此乃少數教學目標重複計次所致。

註 2：()代表此向度在總教學目標所佔之百分比，若加總超過 100%是因為四捨五入進位所致。

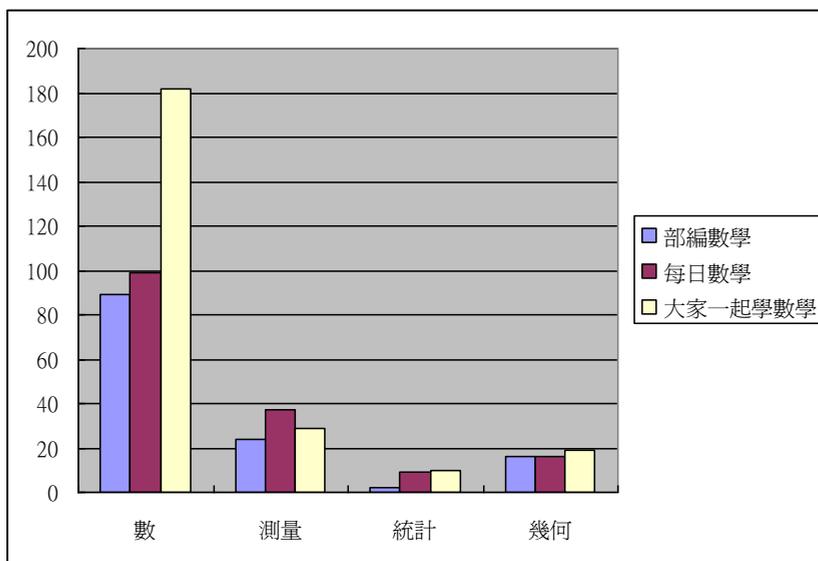


圖 1 各版本各類目教學目標次數比較圖

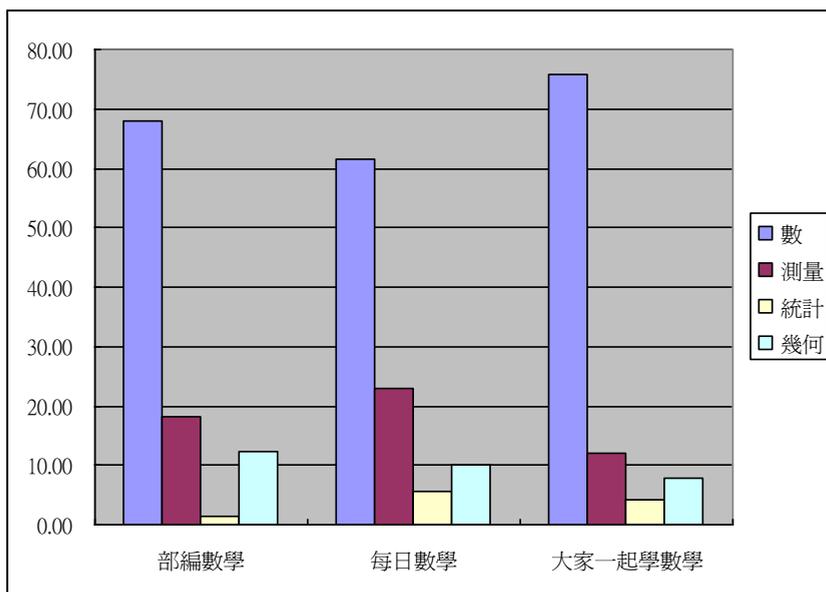


圖 2 各版本各類目教學目標所佔比率圖

依上統計表和圖中可發現新加坡「大家一起學數學」的教學目標總數 240 條為最多，其次是美國「每日數學」達 161 條，而台灣「部編版數學」的教學目標總數 131 條為最少。從教學目標在類目表的分布來看，三個版本在「數」的比例最高(大家一起學數學、每日數學、部編數學分別為 76%、61%、68%)，其次是測量部分(分別為 12%、24%、18%)，比例較低的是統計部分。其中，三個版本都重視長度和時間等量的認識，但是每日數學還涉及其他四種不同的量，同時在統計部分也讓學生接觸到機率的觀念。此外透過卡方考驗以檢視三個版本在各主題類目之差異，結果顯示在數主類目上，三個版本之 χ^2 值等於 42.265， $df=2$ ， $p = .000 < .05$ ，顯示三個版本在數主題有顯著差異；在測量主類目上，三個版本之 χ^2 值等於 2.867， $df=2$ ， $p = .239 > .05$ ，顯示三個版本在測量主題無顯著差異；在統計主類目上，三個版本之 χ^2 值等於 5.429， $df=2$ ， $p = .066 > .05$ ，雖然大於.05，但相當接近.05，因此，可以視為三個版本在統計主題上有顯著差異；在幾何主類目上，三個版本之 χ^2 值等於.353， $df=2$ ， $p = .838 > .05$ ，顯示三個版本在幾何主題上無顯著差異。

綜合分析和比較三個版本教學目標內容之差異，可以歸納為下列幾點：

(一) 新加坡「大家一起學數學」的內容較深與廣

在數的類目上，「大家一起學數學」的教學目標所佔的比例不但是三個版本中最高的，而且細目眾多，敘述詳盡，運用數字聯結教學(圖 3)，要求學生熟練 20 以內的基本加減法，並提供多種心算與運算的策略教學，如利用合十、重組數字、拿走、往上數、往回數等策略熟練基本加減法，例如 $8+4$ ，可拆成 $8+2+2$ ，先合十成 $10+2$ ，得到 12。同時希望學生能熟悉多種策略後，利用各種運算策略靈活地做心算，明確的指出熟練運算與心算的教學目標，如「能用心算做數字和小於 20 的一位數加二位數」，這是其他兩個版本所缺乏的，在教材內容上更包含了進位加法和退位減法的直式運算。

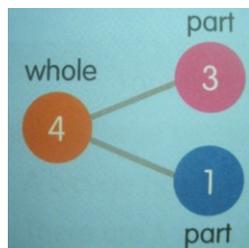


圖 3 「大家一起學數學」中的「數字聯結」

註：採自大家一起學數學 1A(頁 22)，Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan & Lau Pui Wah, 2007a。新加坡：Federal-Marshall Cavendish Education。

此外，「大家一起學數學」也開始介紹乘法和除法，乘法的教學從累加概念切入，進而認識單位量與單位數，學習用乘法策略解題並學習寫出乘法算式(圖4)，以及乘法的擬題教學。除法概念的教學目標則是引入等分除和包含除的問題，例如：等分除「Googol 有 12 塊餅乾，平分給 4 個朋友，每人可得幾塊？」，以及包含除：「有 12 顆雞蛋，每個碗內放 4 顆蛋，你需要幾個碗呢？」等除法概念問題，但尚未引入除法符號與算式的教學。「部編版數學」是在二年級教乘法和直式運算，三年級才教除法。由此來看，「大家一起學數學」的進度明顯比「部編版數學」早了一年。

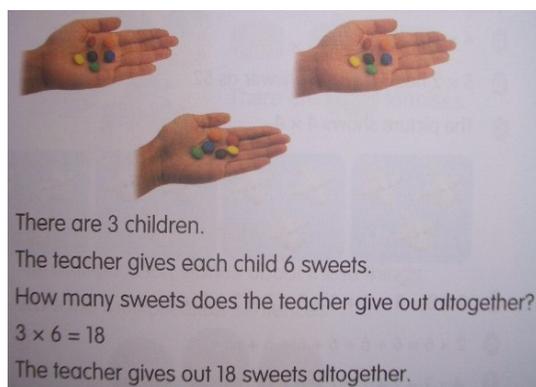


圖 4 「大家一起學數學」中的「乘法教學」

註：採自大家一起學數學 1B (頁 76)，Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan & Lau Pui Wah, 2007b。新加坡：Federal-Marshall Cavendish Education。

在測量類目上，尤其在「重量」方面，「大家一起學數學」有完整的單元介紹比較重量大小的概念，比「部編版數學」早了一年；而在幾何的類目上，「大家一起學數學」的「方位」教學目標和「部編版數學」一樣包含基本的辨認方位，使用上、下、前、後、左、右、遠、近等語句來描述物件的位置關係，並融入序數的教學。如使用「從左邊算起，是第 2 個攤位」的語句來描述位置，但新加坡「大家一起學數學」還強調理解後的思考解題活動(圖 5)，而「部編版數學」無相關的解題教學，「每日數學」的「方位」教學目標則在三年級才出現。「形狀」方面的教學目標同「每日數學」一般包含幾何樣式的延伸學習(圖 6)。由此可見「大家一起學數學」所涉及的廣度與深度較其他兩個版本來得廣且深。

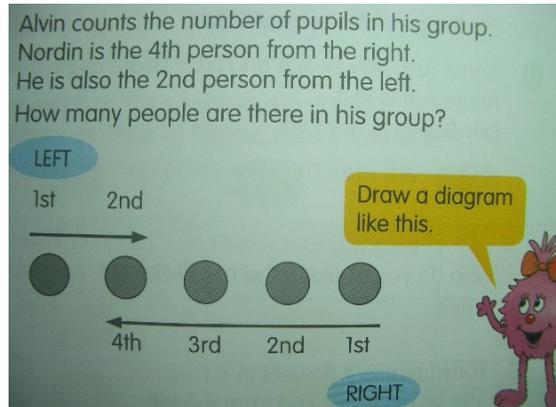


圖 5 「大家一起學數學」中方位的應用思考問題

註：採自大家一起學數學 1A (頁 78), Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan & Lau Pui Wah, 2007a。新加坡：Federal-Marshall Cavendish Education。

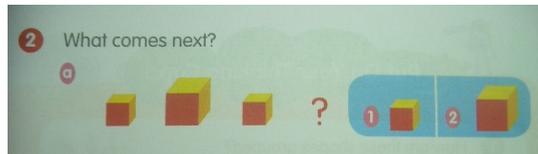


圖 6 「大家一起學數學」中找形狀的樣式規律

註：採自大家一起學數學 1A (頁 65), Fong Ho Kheong, Chelvi Ramakrishnan & Lau Pui Wah, 2007a。新加坡：Federal-Marshall Cavendish Education。

(二)「每日數學」的教學內容較具廣度

由表 5 可以發現,「每日數學」一年級數學學習內容所涉及的層面最廣,幾乎包含了所有的次類目,獨缺「方位」,要到三年級才有空間概念的教學。「每日數學」的學習重點在於數的部份,尤其強調數字的概念和運算,而其教學目標以學習的大方向為敘述,不明確點出學生要學到何種程度。故其對數字概念的學習廣及 1000 以內的數和分數,比「大家一起學數學」和「部編版數學」早了一年,但卻缺少序數和具體與符號間連結的教學目標。而對數字運算的概念,也相當強調基本的加減法運算,利用「加減事實表」(圖 7)和「事實三角形」(圖 8)的運算表徵方式,幫助學生熟練基本運算以及學習加減互逆的觀念,接著透過讓學生學習“我的規則是什麼?”(圖 9)題型熟練加減互逆的運算關係,理解加減運算產生的結果後,更進一步讓學生學習反思,藉由觀察數字變化的規律,推論是加或減的運算,但並未像「大家一起學數學」和「部編版數學」提供有關拆解與合成數字以利運算求解的多種策略。此外,「每日數學」也

專論

有“心算”的教學單元，其教學目標為“探索爲了找回零錢，將往上數當作一種策略”。例如：「一個孩子付 3 角錢要買一架 27 分錢的飛機，應找回多少零錢？」，運用往上數 28、29、30 邊數邊找錢，得到需找回 3 分錢，此教學理念乃因爲學生尙未學習較大數字的加減運算，故提供此策略作爲心算教學，此心算教學內容和目標與「大家一起學數學」的心算教學有頗大的差異。

在測量的部份，「每日數學」提供學生認識六種量的內容，這是其他兩個版本所未提及的（其他兩版本以長度和時間兩種量爲主）；而在幾何的部份，其提供幾何形體認識的種類也較多，更透過樣式積木探索視覺樣式的延伸。綜上所述，可見「每日數學」提供更廣泛的學習機會與內容給學生探索多種數學概念。

+-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

圖 7 「每日數學」中的「加減事實表」

註：採自 Everyday Mathematics Student Math Journal 一年級第二冊（頁 134），2004a。Chicago: Wright Group/McGraw-Hill。

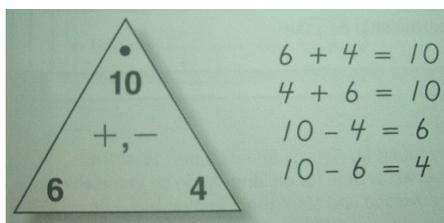
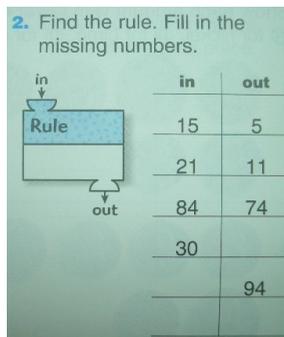


圖 8 「每日數學」中的「事實三角形」

註：採自 Everyday Mathematics Teacher's Lesson Guide 一年級第二冊（頁 504），2004b。Chicago: Wright Group/McGraw-Hill。

2. Find the rule. Fill in the missing numbers.



in	out
15	5
21	11
84	74
30	
	94

圖 9 「每日數學」中的「我的規則是什麼？」

註：採自 Everyday Mathematics Teacher's Lesson Guide 一年級第二冊(頁 525)，2004b。Chicago: Wright Group/McGraw-Hill。

(三)「部編版數學」缺少延伸幾何樣式與擬題的教學目標

與其他兩個版本相較之下，「部編版數學」在測量的部份缺少「重量」的教學目標（到二年級才出現），也未介紹長度和時間以外的量；在幾何部分，「每日數學」和「大家一起學數學」均提出幾何樣式的延伸，而「部編版數學」尚未看到相關的教學內容；在數的部份，雖然和其它兩個版本相同所佔的比例均最高，但是對於「四則運算的基本概念」方面，「每日數學」有「事實三角形」，「大家一起學數學」有「數字聯結」，幫助學生透過圖像表徵學習數字與運算的關連，「部編版數學」卻沒有相關的圖像表徵輔助學習。「大家一起學數學」明確指出熟練基本加減運算與心算的教學目標，而「部編版數學」的教學目標只點出「理解」運算，沒有同時強調「熟練」，且「部編版數學」教材內容有心算的相關教學，如拆解和重組數字再運算，教學內容與「大家一起學數學」相似，但教學目標中卻缺少有關心算的闡述。「部編版數學」的教學目標強調運算概念的理解，卻缺少有關「擬題」的教學目標，無法進一步讓學生反思對運算概念的理解。

二、數學概念的編排與活動內容異同之分析比較

(一) 三版本教材之數學單元內容編排方式

從三個版本教材內數學單元編排的方式來看，雖然三個版本都以單元的方式進行數學概念的編排和呈現，但是台灣「部編版數學」和新加坡「大家一起學數學」的單元名稱指涉明確的數學學習的概念，同時每個單元內涵蓋的學習內容較少。例如「部編版數學」共有 20 個單元，每個單元下再細分 3 至 7 個小主題，共有 78 個小主題，平均一個單元涵蓋約 4 個小主題；「大家一起學數學」

共有 19 個單元，每個單元下再細分 3 至 9 個小主題，共有 66 個小主題，平均一個單元涵蓋約 4 個小主題。例如，「部編版數學」「10 以內的數」單元，該單元下再分為三個小主題，包括「1 到 5 的數」、「6 到 10 的數」、「0 的認識」三個小主題，從單元和小主題名稱就可以很明確了解學習的概念和範圍，而且意涵著先後學習的順序。「大家一起學數學」也採類似的編排，在「10 以內的加法」單元中，分為「加法策略」、「擬加法策略」、「解文字題」三個小主題，同樣可以從名稱中了解學習的概念和範圍，同時也意涵著學習的先後順序。

但美國「每日數學」的單元編排方式較為不同，在 10 的單元中，每個單元細分 7 至 15 個小主題，共有 117 個小主題，平均一個單元涵蓋約 12 個小主題。例如在「建立日常生活中的常規」單元中，細分包括「日常的常規」、「探索數線」、「數學的工具」等 14 個小主題，有些可以從名稱中了解學習的概念和範圍，有些則不容易從名稱中來判別，而且一個單元涵蓋了多方面數學概念的學習。比較特殊的是，在每個單元中都會安排「回顧與評量」的小主題，來針對該單元所學習的內容進行回顧和檢驗。此外，每日數學在學生使用的教材方面，不像台灣和新加坡一樣有學生使用的課本，一年級學生主要的學習教材為學習日誌本(Math Journal)、活動簿(Math Masters)和家庭連結本(Home Link)，學習日誌本是讓學生記錄功課、活動結果和假設，活動簿含有活動、研究以及個人資料，家庭連結本含有在家中的後續活動、複習活動和加強活動。

(二) 三版本教材之活動內容相似處

1. 教材內容均呈現螺旋式分佈設計

「部編版數學」和「大家一起學數學」在教材編排上多以主題單元做呈現，「每日數學」將數學概念做細部的切割分散至多個單元中，三者均呈現螺旋式分佈設計，讓學生逐步熟習數學概念，尤以「每日數學」和「大家一起學數學」最為明顯，多在往後學習新的教學單元中重複練習之前學過的內容（例如「大家一起學數學」的第三、四單元為「10 以內的加法和減法」，第八單元為「20 以內的加減法」，第十二單元為「40 以內的加減法」，十七單元為「100 以內的加減法」）。再以編排內容來看，由「部編版數學」所呈現的內容順序可看出教材在數與運算上的編排階段性，先介紹 10 以內的數和加減法，之後再介紹 20 以內的數和加減法、100 以內的數、以及兩位數的加減法等；而「每日數學」之概念順序雖能由淺而深地的呈現，但概念的連結性不夠，唯錢幣和分數教學活動的概念編排順序整體性較高；「大家一起學數學」對於數概念則以認識數字的範圍作階段性編排，慢慢擴展對數字的認識（從 10 以內的數逐漸擴展到 100 以內的數），並且在各單元中反覆以位值、比較數字大小、順序和樣式、運用數字聯結和不同的加減法運算解題策略教學活動反覆做螺旋式的分佈，讓學生透過多次的學習逐步熟習數概念和運算解題策略。

2. 教材皆重視基本加減法與計算技巧

「部編版數學」運算教學的活動多以情境圖進行，透過多樣的情境和圖示，配合具體物操作或圖像表徵，理解運算的基本概念，活動內容以發展數學知識和運算技巧為主，這樣的編排符合教學目標所佔的比例（數與運算的部份佔 58%）。其教學活動直接提供解題策略給學生，著重在培養計算能力，例如利用合十學習數字的拆解與合成、利用同數相加的算式延伸學習被加數或加數差 1 的加法算式等等，期望學生透過學習多樣的運算解題策略，能靈活拆解與合成數字做運算，然而卻缺少讓學生自行探究與發展自然解題策略的機會；「每日數學」運算教學活動亦著重在熟練加減法算式，並提供加減法事實表，對於心算的教學內容僅提供一種運算策略，其他與運算相關的解題策略由學生自行發展；「大家一起學數學」重視數字 20 以內的基本加減法，利用部分與整體的關係圖學習寫出所有算式，藉此熟習數字與運算關係，並提供拆解再合成、不需進退位的運算用先計算個位再計算十位、往上數、直式計算、心算等策略，可看出此教材相當重視學生計算能力，但教材直接呈現學生可能解法，讓學生缺少自行探索解題策略的機會。此外，「大家一起學數學」亦透過遊戲的方式讓學生熟練計算，並於課後提供思考型的問題，讓程度較好的學生有進一步的學習空間，對於低能力者另有補救教材以幫助學生做加強，但不納入教科書中，顯然該教材的設計希望兼顧不同程度學生的學習需求。

3. 幾何內容均重視形狀與立體圖形的認識

「部編版數學」在幾何形狀編排的概念先介紹平面形狀再介紹立體形體，並透過動手操作的活動讓學生進一步探索空間的概念。此外，「部編版數學」以方位的學習做幾何空間概念的切入教學，學習方位和相對位置的描述。例如「小華的前面有 3 個小朋友」、「盤子在桌子的上面」，而教材中「誰在誰的前面」這樣相對位置的描述，對於甫上一年級識字不多且語文理解能力不佳的學童而言實有其難度。主體與參照物均為人物，不若「盤子在桌子的上面」中盤子的相對位置直觀且容易理解，易導致學生分不清主體和參照物；「每日數學」則以幾何的規律樣式做切入，學習規律的延伸，再經由探索幾何板和幾何樣式積木認識基本平面幾何圖形的邊、角及其屬性，接著認識多邊形特性及圖形間的關連性，再進一步認識立體形體的平面、角及其特性，並學習幾何形狀間的包含關係和對稱性，活動內容大多透過動手操作並製作幾何形狀進行探索；「大家一起學數學」的編排亦由平面形狀開始，再透過各樣式規律的學習與電腦的繪圖製作相輔，讓學生進一步反思學習擬幾何樣式的題目。活動內容連結科技的融入和生活周遭的物件，但教材中雖呈現基本的立體圖形，但僅學習樣式的推測，未正式介紹立體形體的名稱，只讓學生藉由尋找立體圖形中的基本平面形狀進行樣式規律的推測。

(三) 三版本教材之活動內容相異處

1. 數與運算部分均重視具體動手操作的活動編排，但活動之規劃方法不盡相同

「部編版數學」教學活動利用課本情境圖讓學生進行觀察和探索，教師再進一步提供學生動手操作的活動，讓學生經歷每一個概念的 formed 過程，意即將具體問題「數學化」的過程。例如在數的認識中，數字基本概念的學習是透過課本內的圖像表徵進行點數、認識數字和比較數字大小的活動、觀察數字表格進行數字樣式的學習活動等，而位值的教學則讓學生觀察課本內的圖像和解說後，動手操作代表十的橘色積木和代表一的白色積木，並將數值記在位值表上，將具體與符號做概念的連結，以理解個位與十位所代表的位值；「每日數學」教學活動內容多元化，由老師引導學生進行探究活動，再輔以遊戲活動讓學生熟習數學的概念與運算；「大家一起學數學」的活動多透過課本圖示和學生動手操作的方式進行，呈現多種表徵方式，並運用拆解具體的積木和操作數字天平，學習連結數字聯結的符號表徵，以及使用半具體的圖像表徵學習位值、擬題等等，甚至是數字聯結和部分與整體的抽象符號表徵方式，都期望讓學童透過多種表徵方式理解數學的概念。

2. 各教材對於測量學習之切入點不同

在長度概念部份，「部編版數學」的編排從視覺而直觀的判斷做開始，以積木、迴紋針、步伐等非標準單位的測量做前置經驗，並提供測量長度的策略；「每日數學」則從學習運用長度的參考點開始，續以身體的部份長度學習非標準單位的測量，再認識標準單位英尺、英吋和公制單位公分，並學習運用各種長度的參考點進行估測，以及選擇適當的測量長度工具，並培養對長度的量感，從基本長度的概念到概念的延伸與應用呈現階段性的活動教學內容；「大家一起學數學」從圖示做直觀的判斷與比較物件的長短切入，再透過使用迴紋針、冰棒木棍等非標準長度測量單位進行測量，並學習估測長度，培養對長度的量感。

在時間概念部份，「部編版數學」以學生日常生活中所經歷的一天為切入點，先認識時鐘的組成，以及整點和半點的報讀，理解時間有前後順序與時間連續性的概念後，再學習看月曆、年曆和日常生活中對於時間的用語，藉由月曆認識特殊月份才會有的節日，並學習反推由特殊節日的存在判斷節日所在的月份為何；「每日數學」則從認識月曆開始，推進到認識時鐘，學習報讀時間，培養一分鐘的時間感，再推進到學習時間範圍更大的一週、一個月的時間線表，接著認識數字鐘和秒數，將日期和時鐘概念做一穿插安排，活動內容設計多樣化，包含估測活動、一分鐘的時間感、用秒數計時等活動，讓學生除了學會看鐘面報讀時刻外，更能確實掌握時間和對於時間的感覺與應用；「大家一起學數

學」有關時間的教學活動只有認識時鐘，不包含日期。時鐘概念的編排以直接圖示 12 個整點時刻的長短針鐘面切入，再學習整點與半點的報時，以及理解時間的先後順序。

此外，「每日數學」尚有溫度概念的編排，從基本的認識溫度計功用切入，學習報讀溫度計上的刻度等基本概念，並做外部的連結學習溫度在暖色系和冷色系中所代表的顏色，而面積、重量和容量概念則是安排初步的概念探索活動。

「大家一起學數學」對於重量的概念編排則不像長度概念一樣可以做直觀的判斷，因此概念的編排由使用天平秤重切入，先學習理解物件的大小與物件的重量沒有絕對的相關，再學習使用非標準重量單位作測量和比較物件的重量，透過先估測後再測量的活動安排，培養對重量的感覺。

3.各教材對於統計之脈絡安排不同

「部編版數學」的編排直接讓學生認識圖表並學習畫記，兩個活動內容均以課本情境直接提供學生資料與圖表，忽略統計第一步驟為收集資料的初始概念，以及讓學生探索製圖表格中所需的種類或項目，資料的畫記也只提供畫「○」和「正」字兩種方法，活動內容忽略了讓學生實際體驗統計圖表在生活中的意義和如何製作統計圖表；「大家一起學數學」的概念編排則由收集並整理資料做切入，再學習紀錄資料並說明圖表，透過紀錄投擲骰子的結果說明，做為往後機率概念教學的前置經驗，意即理解機率均等的概念。每日數學未包含統計相關素材，因此，未能做進一步之說明。

4.「部編版數學」教材缺乏關於幾何樣式內容

「每日數學」對於幾何的學習是以幾何的規律樣式切入，進而學習形狀與立體圖形；「大家一起學數學」則先介紹基本的平面形狀，再學習幾何樣式的規律，以及立體形體的樣式規律，並透過電腦的繪圖製作，讓學生進一步反思學習擬幾何樣式的題目。相對於此，「部編版數學」則缺少此一幾何樣式的活動安排。

伍、結論與建議

一、結論

從三個版本教材教學目標在類目表的分布情形，以及單元活動的安排來看，三個國家一年級教材中比重佔最多的是在「數」的部份，其次是測量、幾何和統計，此結果與美國數學教師學會（NCTM, 2000）所發表之學校數學課程與評量標準內所規劃之課程安排相一致。從教學目標的分布和活動的呈現上，

發現「每日數學」的學習目標與內容最為廣泛，幾乎涵蓋所有的次類目的項目（包含六種測量量的介紹、機率的概念），但是卻不夠深入，對於數字概念的學習缺少序數和具體與符號間連結的教學目標，不提供拆解與合成數字以利運算的多種策略，教學目標旨在提供廣泛的學習內容給學生探索更多的數學概念；此結果正呼應一些美國數學教育學者（Reys, B. & Reys, R., 2006; Reys, B. Reys, R., & Chavez, 2004）之論點美國數學教科書之內容過於膚淺，猶如：「一里寬、一吋深」一般。「大家一起學數學」的教學目標明確詳細且見深見廣，在數的部分除了強調具體物的操作與表徵連結進行理解概念的學習方式，著重基本運算的能力培養，強調熟練與心算外，還提早進行直式加減運算、乘法與除法的教學；「部編版數學」教學目標的內容與「大家一起學數學」很相似，包含心算和拆解與合成數字運算策略的相關教學，但教學目標中卻未明確指出「熟練運算」和「心算」，與其他兩個版本相較之下，缺少幾何樣式的延伸、輔助學習運算數字的關連性之圖像表徵、擬題教學，以及延遲「重量」的教學目標至二年級；因此，深度與廣度的部分仍有所不及之處，這似乎是未來「部編版數學」有待加強之處。

「部編版數學」和「大家一起學數學」在教材編排上多以主題單元做呈現，而「每日數學」則將數學概念做細部的切割分散至多個單元中，三者均呈現螺旋式分佈設計，以「每日數學」和「大家一起學數學」最為明顯，透過反覆教學，讓學生逐步熟習數學概念，且「每日數學」和「大家一起學數學」能對於學生的個別差異設計不同的課後補充活動。「每日數學」的教學以教師引導探究活動為主，活動內容多元化，「部編版數學」則多以課本情境圖示引入教學活動，探究與思考性的題型較少，「大家一起學數學」亦多以課本情境圖示引入教學，教學內容較多，思考性的題型也較多。三者均重視具體動手操作的活動編排，但「每日數學」和「大家一起學數學」輔以遊戲活動讓學生熟習數學概念，讓數學的學習更趣味化。

「部編版數學」和「大家一起學數學」以圖像、具體物和數字符號一起呈現的方式介紹數字基本概念，讓學生透過不同表徵的呈現來理解數的概念，唯「部編版數學」對於加減運算互逆概念的教學，應編排在熟練基本算式之前，如「大家一起學數學」和「每日數學」中運用圖像表徵的方式，將加減運算互逆的概念融入其中，幫助學生熟練基本數字的拆解與合成，且「部編版數學」直式紀錄的教學應引入計算的概念，才符合學童心理的發展（李貞慧，2001）。「每日數學」對於數概念的編排則先介紹數字符號，再引入表徵學習，教材內容中機率概念與中位數的意義，以及幾何教學納入幾何性質間的包含關係等，似乎對兒童心理發展的考量較不足（Kalifatidou, 2008; Putnam, Lanpert, & Peterson, 1990）。

「每日數學」經由探究活動讓學生發展運算的自然解法，「部編版數學」和「大家一起學數學」則直接提供學生多樣的解題策略，可能會侷限了學生的解題類型，減少讓學生主動思考解題的機會，兩個版本所提供的解題策略有部分雷同，但「大家一起學數學」除了強調概念的理解外，更進一步延伸計算與應用思考的題型，培養計算與解題的能力。「大家一起學數學」和「每日數學」在測量的教材內容中包含了估測與量感的教學，在幾何的教材內容中包而含幾何樣式規律延伸的教學，「部編版數學」則無相關的教學內容，可見「部編版數學」對於量感的部分仍有待加強。

二、建議

依據本研究之研究發現，提供教育改革者與課程教材編寫者之建議說明如下：

(一) 將生活經驗融入佈題情境中

研究結果顯示「部編版數學」有情境的佈題高達 72%，但深究其佈題的情境為真實情境者僅少數，若能多以學生的生活經驗切入進行佈題，將更有助於學生對概念的理解。例如，學習二位數減一位數的退位減法，其佈題為：「15 顆蕃茄吃了 6 個，還剩下幾個？」，學習先將被減數拆解為 10 和 5，算 $10 - 6 = 4$ ，再算 $4 + 5 = 9$ ，對於學生而言，只是因為被減數的個位 5 不夠減去 6，而進行拆解。若能運用學生生活中的購物經驗切入佈題，如「小明有一個 10 元和一個 5 元，要買一包 6 元的餅乾，他要怎麼付錢？還剩下多少元？」，學生即會自然解法拿 10 元付費，再將找回的錢和手中的 5 元做結合，以學生的生活經驗與拆解的概念結合做引入，幫助學生理解拆解數字的原因和概念。

(二) 讓學生自然發展解題，由教師進一步引導思考多樣的解題策略

台灣的部編版數學教材直接提供解題策略給學生，侷限了學生的解題思考，若能在教材設計上藉由教師的引導與解題工具的提供，先給學生自行解題的機會，讓學生思考多種解題策略，以培養學生解題思考的能力。

致謝

作者衷心感謝總編輯、編輯群暨審查委員對本文所提供之寶貴意見，由於您們的協助，方能使本文能夠以更清楚、更結構化的方式呈現。本研究蒙國科會專題計畫補助，計畫編號 NSC 97-2511-S-415-010-MY3，特誌申謝；文中所提論點純屬作者個人之意見，並不代表國科會立場。

參考文獻

- 王石番（1996）。**傳播內容分析法-理論與實證**。臺北：幼獅。
- 王國亨、簡清華（2008）。屏東縣國小一年級新生的數與計算能力。**教育實踐與研究**，21（2），1-32。
- 吳麗玲、楊德清（2007）。臺灣、新加坡與美國五、六年級分數教材佈題呈現與知識屬性差異之研究，**國立編譯館館刊**，35（1），27-41。
- 李盈萩（2009）。康軒版、南一版與部編版：一年級數學教科書計算內容之比較研究。**網路社會學通訊**，79。2010年6月16日，取自 <http://www.nhu.edu.tw/~society/e-j/79/79-16.htm>
- 李貞慧（2001）。**低年級學童使用數的分解紀錄對解決加減問題效率性之研究**。國立臺南大學數學教育學系研究所碩士論文，未出版，臺南。
- 徐偉民、徐于婷（2009）。臺灣和香港國小數學教科書代數教材之內容分析。**教育實踐與研究**，22（2），67-94。
- 翁婉珣（2004）。**台灣與新加坡之十二年數學課程比較**。國立中央大學數學研究所碩士論文，未出版，臺北。
- 國立教育研究院籌備處（2006）。**國民小學數學第一冊**。臺北：國立教育研究院籌備處。
- 張麗芬（2005）。兒童數能力的發展。**兒童與教育研究**，1，85-109。
- 教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域**。臺北：教育部。
- 教育部國教司（2005）。**引導國中小教科書優質發展---部編本教科書編輯理念與特色**。2006年10月11日，取自 <http://epaper.edu.tw/165/storymain.htm>。
- 郭生玉（2005）。**心理與教育研究法**。臺北：精華。
- 陳宜良、單維彰、洪萬生和袁媛（2005）。中小學數學科數學綱要評估與發展研究報告書。**臺灣之1至12年級數學綱要的一貫性與銜接性研究，以及和美**

國加州、英國、新加坡、日本、中國大陸、南韓之跨國比較。臺北：教育部。

- 陳梅生、吳德邦 (1986)。我國與美國小學數學教育比較研究—美國波斯頓小學數學課程與我國小學數學課程比較。師大學報，31，565-602。
- 黃政傑 (1998)。建立優良的教科書審定制度。課程與教學季刊，1 (1)，1-16。
- 歐用生 (1998)。課程與教學。臺北：文景出版社。
- Bell, J., & Bell, M. (2004). *Everyday Mathematics Grade 1*. Chicago: Wright Group/Mc Graw Hill.
- Cheung, J., & Chong, T. H. (1993), Towards Mathematical Excellence in Singapore, In G. Bell (Ed.). *Asian Perspectives on Mathematics Education* (pp. 122-135). Lismore: The Northern Rivers Mathematical Association.
- Curriculum Planning and Development Division. (2006). *Mathematics Syllabus Primary*. Singapore: MOE.
- Floden, R. E. (2002). The measurement of opportunity to learn. In A. C. Porter & A. Gamoran (Eds.), *Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement* (pp. 231-266). Washington: National Academy Press.
- Fong, H. K., Ramakrishnan, C., & Lau, P. W. (2007a). *Math 1A*. Singapore, Marshall Cavendish Education.
- Fong, H. K., Ramakrishnan, C., & Lau, P. W. (2007b). *Math 1B*. Singapore, Marshall Cavendish Education.
- Gelman, R., & Meck, E. (1992). Early principle ain initial but not later conceptions of number. In J. Bideaud, C. Meljac & Fischer (Eds.), *Pathway to number*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Glenda, A., & Margaret, W. (2009) Mathematics Education in the Early Years: building bridges, *Contemporary Issues in Early Childhood*, 10(2), 107-121.
- Grouws, D. Smith, M., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practices of United States mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. Lester, Jr. (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessments of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 221-267). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., & Jacobs, J., et al. (2003). *Teaching Mathematics in seven countries: Result from the TIMSS 1999 video study*. Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kalifatidou, E. R. (2008). Design of Activities on Numerical Representations Based on Cognitive Research. *Teaching Children Mathematics*, 14(6), 355-360.
- Mullis, I.V.S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Reston.
- National Research Council (2004). Framework for evaluating curricular effectiveness. In J. Confrey & V. Stohl (Eds.), *On evaluating curricular effectiveness: Judging the quality of K-12 mathematics evaluations* (pp. 36-64). Washington, DC: National Academies Press.
- Putnam, R. T., Lanpert, M., & Peterson, L. p. (1990). Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary schools. In C. B. Cazden (Ed.), *Review of research in education*, 16, 57-150. Washington, DC: American Education Research Association.
- Reys, B. J., & Reys, R. E. (2006). The development and publication of elementary mathematics textbooks: Let the buyer beware! *Phi Delta Kappan*, 87(5), 377-383.
- Reys, B. J., Reys, R. E. & Chavez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-67.
- Singapore Math. Com. Inc. (2005). *FAQ for primary level math*. Retrieved January 27, 2005, from http://www.singaporemath.com/faq_PrimaryMath.htm.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (319-369). Charlotte, NC: Information Age

Publishing.

- Stigler, J. W. & Hiebert, J., (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership*, 61(5), 12-17.
- Tarr, J., Chavez, O., Reys, R. & Reys, B. (2006). From the written to enacted curricula: Intermediary role of middle school mathematics in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics*, 106(4), 191-201.
- Törnroos, J. (2004). *Mathematics Textbooks, Opportunity to Learn and Achievement*. ICME-10M, Discussion Group 14 Copenhagen, Denmark.
- Wright Group. (2004a). *Everyday Mathematics Student Math Journal*. Chicago: McGraw-Hill °
- Wright Group. (2004b). *Everyday Mathematics Teacher's Lesson Guide*. Chicago: McGraw-Hill °

The Comparing Study of First-grade Mathematical Textbooks for Taiwan, America and Singapore

**Yang, Der-Ching * Shih, I-Chen **
Hsu, Wei-Min *** Yu, Hsin-Han ******

The major purpose of this study is to investigate the first-grade mathematics textbooks content differences which are more popular among Taiwan, America, and Singapore. The selected samples are the math textbooks directed by the Ministry of Education in Taiwan, Everyday Mathematics in America, and My Pals are Here ! Maths (MPHM) in Singapore. The results show: (1) The contents of MPHM are deeper and wider. It includes mental computation, the straightforward computation of addition and subtraction, and the concepts of multiplication and division. It also highlights understanding and computational fluency. (2) Everyday mathematics includes more topics, such as capacity, area, temperature, and probability. (3) The Taiwan textbooks lack of geometry patterns, pictorial representations, and posing problems. We do hope this study will help the future study and development of mathematics textbooks through the international comparison.

Key words: first-grade, content analysis, elementary school, textbooks, mathematics

* Yang, Der-Ching, Graduate Institute of Mathematics and Science Education
National Chiayi University

**I Shih, I-Chen , Graduate Institute of Mathematics and Science Education
National Chiayi University

*** Hsu, Wei-Min, Graduate Institute of Mathematics and Science Education
National Pingtung University of Education

**** Yu, Hsin-Han, Graduate Institute of Mathematics and Science Education
National Chiayi University