

透過機率學習網輔助小六學生學習之個案研究

陳欣民*、柳賢**、李舜隆***

本研究的目的是在於探究：使用教育部機率學習網來輔助學生學習之成效。本研究屬於個案研究，以一個國小六年級班級為研究對象，研究結果發現，透過網站的設計，學生更能體會樣本空間、大數法則與機率值等機率概念的意涵，也普遍對網站輔助教學有正向的感知。

關鍵字：樣本空間、大數法則、機率值

*作者現為：國立高雄師範大學科學教育研究所 博士班研究生

**作者現職：國立高雄師範大學數學系 教授

***作者現為：國立高雄師範大學教育研究所 博士班研究生

壹、研究背景及目的

在數學廣大的範疇中，很難找到一個像「機率」一樣與生活緊密相關的領域。試想，當看著氣象報告預測著次日的降雨機率，盯著股價行情盤算著哪一支會漲，甚或猜哪一個候選人會當選……這些小至日常生活之瑣事，大到足以影響到國家社會之鉅事，都是「機率事件」的呈現。正因「機率」課題與生活環環相扣，無怪乎近年來不論國內外皆對「機率課程」開始有了高度的重視。例如美國 NCTM(2000)課程標準中便詳細列舉出學生需在學習過程中習得的，與機率有關的能力；而我國九年一貫課程總綱綱要（教育部，2001）明確指出，「統計和機率知識的成長確實與學生對「數與量」、「代數」、「幾何」主題能力的掌握有關，其教學應與相關主題的教學相互配合」，機率課程的重要性可見一斑。

從「機率」的本質觀之，機率意指：看似毫無規則可循的某一隨機事件，經由大量的重覆試驗後，其規律性存在的現象。這種抽象的本質往往造成學生學習的困難（羅夢娜，2003；王安蘭，2005），甚而由自己生活上的直觀、或者是在課堂上受同儕文化、教材或是教師對教材解釋之影響而產生迷思概念（Fischbein, 1991; Tversky & Kahneman, 1973, 1974; Siegler, 1981; Sharge, 1983; Shaughnessy, 1992; Konold, 1991, 1993; 林燈茂，1992; 施能宏，1997; 陳欣民和劉祥通，2002）。如何轉化教材內容，使學生能習得正確的機率概念，又不減其對機率學習的樂趣，一直是教師們努力的目標。然而，在現實課室場域中，如何進行大量的重覆試驗一直是難以克服的問題，如或數據不足，教師要導出各事件的機率值時容易遭遇困難，使得尚處於具體運思期的小學生不易理解（徐偉明，1996）。然則，寰觀國內外有關於機率概念之研究，著眼於中學以上範疇的仍占多數（Aspinwall & Tarr, 2001; Tarr, J. E., & Lannin, J., 2005; 陳芷羚，2002; 曾淑雯，2003;

王安蘭，2005），相較之下，關於小學生的機率概念則有許多尚待研究的空間。

近年來，網路科技的發展日新月異，電腦的普遍使用已使學習的方式有革命性的改變。由於網路學習不受時間及空間的限制，且能提供多樣化的內容及溝通方式，我國在國科會的大力推動下，已有許多關於網路學習方面的研究，將教育理念、知識結構的認知系統以及網路科技結合在一起，以期透過網路去創造一個理想的學習環境（羅夢娜，2003）。然而，國內目前關於機率統計及其概念的完整線上教材並不多，且態半支援中學以上的課程。而新近教育部六大學習網之機率單元（以下簡稱機率學習網，http://203.69.191.44/b02/01/01_07.htm）包含有適合中小學生程度之機率課程，畫面能同時動態呈現投擲次數、總次數、兩者比值逐步變化三者的數值、曲線圖及長條圖，巧妙串連樣本空間、大數法則與機率值等三大重要基本概念，並利用電腦能實做隨機投擲的特性，使學生能目睹硬幣和骰子由小而大至千次以上的投擲狀況（即模擬重覆多次隨機試驗），是深具學者及資深小學教師認同的優質網站。

綜上所述，研究者擬以機率學習網做為小學教師輔助教學之用並探究其成效，研究者乃初步尋求有意願嚐試的小六教師，以及行政、資訊、人事方面均能配合的學校。因之，本研究採個案研究的方式，以嘉義市某國小黃老師所任教之六年級班級為研究對象，學生年齡在 12~14 歲間。據此，本研究提出以下三項研究目的：

- 一、使用機率學習網協助教學，個案班級的學生機率概念的成長為何？
- 二、使用機率學習網協助教學，個案班級的學生之上課氣氛和情意表現為何？
- 三、使用機率學習網協助教學過程中面對之問題及其因應措施為何？

期許本研究這種透過網站輔助教學的方式，一方面能讓學生確實了解正確的機率概念，提升學生數學學習的動機與樂趣；另一方面讓教師教學更事半功倍。另外，也將針對實施過程中所面臨之整體狀況做檢討，以提供給日後使用機率網輔助教學的教師做為參考之用。

貳、以機率學習網做為輔助教學的考量面相與立論基礎

一、機率概念之教材分析

教育部於民國 82 年所頒布的國民小學課程標準（教育部，1993）揭示小學學童學習機率概念之目標：「養成兒童主動地從自己的經驗中建構與理解數學的概念」，82 年版國小六下「簡單的機率單元」設計的精神為：用實際的活動啟發最初步的機率概念，讓學童由操作中發現事象發生的傾向和可能性，以判斷日常生活的各種事件發生的可能性（林燈茂和曹宗萍，1995）。課程的內容特別強調透過不同次數之實驗數據，以比較樣本空間中各樣本點「比值接近」的程度，來建立比值與機率值之間的橋樑。大數法則，接著再由大數法則引出各樣本點的機率值。此外，九十二年版的「國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域」，將機率課程分類在「統計與機率」的主題下，在能力指標「D-4-04¹」說明：「能在具體情境中認識機率的概念」，其下兩項之分年細目為：(1)9-d-09: 能以具體情境介紹機率的概念、(2)9-d-10 能進行簡單的實驗以了解抽樣的不確定性、隨機性質等初步概念（教育部，2003）。以上的課程設計皆著眼於頻率機率模式（林燈茂和曹宗萍，1995；蔡文煥，1993），希望讓學生能經由親自進行多次實驗的過程，發現這些非確定的現象能呈現出一種統計正則性（statistical regularity），其出象似在 0 與 1 間的某一定值 p 附近變動（Hoel, Port, & Stone, 轉

引自詹世煌，1989）。

二、機率概念學習與教學之困難分析

研究者檢視我國 64 年版、82 年版及九年一貫課程機率單元的設計，發現其教學情境不出以下兩者：1. 一個箱子裝有七個黃球和三個白球。從箱子中任意抽出一球，要求每一組學生以抽取 10 次為單位，觀察 10 次哪種顏色的球被抽取的可能性較大，2. 先不讓學生知道箱中黃球和白球的比例，但知道總共有 6 顆球，請每一組抽 30 次，再預測箱子裡黃球和白球的比例。但是不論課本或教學指引皆無明確說明抽球的次數應趨近多少次才能做判斷，甚或只註明「至少 30 次以上」的數值。加上教師多半有教學進度、應付考試的壓力，沒有多餘的時間讓學生做「大量的重覆實驗」（徐偉民，1996），在這樣諸多限制的教學環境下，要在真實課室重現機率的頻率模式，實是相當困難，並連帶產生教師無法從真實的課室實驗導出樣本點的機率值的困擾。徐偉民(1996)的研究便指出一位教師無法由投擲 120 次骰子各點出現的比值（分別是 0.217、0.158、0.14、0.18、0.14、0.158）來說明逐漸接近 1/6，最後只得「直接告訴學生理論上會出現的結果」。

除此之外，機率的學習和其他的數學學習不同，它與數學思維中固有的因果、邏輯、確定性的思維形成衝突（藺云，2005），不但學生會產生迷思概念，連大學生、成人、甚或職前教師皆容易會產生迷思概念（Piaget & Inhelder, 1975, Konold, 1991, 1993; Fischbein, 1984, 1987, 1991）。其次，即使學生能做簡單的機率計算，並不意味着學生就真的相信他們的計算結果了，也不意味着他們已經完全放棄與理論相悖的直覺。

機率的迷思概念種類眾多，陳欣民和劉

1 D 為統計與機率主題、4 為第四學習階段，04 為能力指標的流水號（教育部，2003：24）

專論

祥通(2002)整理國內外機率迷思概念研究，將之歸納成以下五類迷思概念：1. 可快速獲得合理結果的代表性捷思策略和可獲性捷思策略。2. 結果取向：不能了解機率這種「或然率」的意涵，反而著眼於「結果」之探討。3. 與樣本空間和樣本點有關的：因忽視樣本空間大小而影響預測之精準性，或無法列出完整之樣本空間，以及不了解樣本點的機會不同以致於將非對稱性機率誤認為對稱性機率事件。4. 因缺乏比例概念以致影響做機率比較的能力。5. 不能確實掌握「必然」與「不可能」等用語。

如上所述，機率概念的教學有著相當之困難度，連帶使得學習機率的過程中極易產生迷思概念，如何幫助機率的教學與學習是日後值得探究的領域。

三、資訊科技輔助機率概念學習的優勢

近年來，隨著網際網路的蓬勃發展，數位學習在教育領域的應用已蔚為風潮，並成為新興的教學傳遞方式。Paivio(1986)指出人類對於外界訊息的吸收與儲存並非只有單一型式，而是多重符碼的型式儲存，例如聲音、文字、視覺等表徵，因此在資料的處理上若能呈現多樣的方式，將有助於學生從「不穩固的心像」發展到「概念」。Galindo(1995)提出：合適的使用科技，搭配具多重表徵能力的軟體，可以讓不同認知型態的學生均受益，並促進視覺型及非視覺型學生的概念理解。透過網站幫助學習的實徵研究，國外方面，Pratt 和 Noss(1998)曾試著讓兩個 11 歲女孩在網站上不限次數地「丟一顆骰子」，並紀錄兩人與電腦間的互動和討論對話，結果發現這種方式能確實提供一個隨機分派的情境，一再的重複丟骰子能幫助學生看出機率結果的累積，而藉由繪圖工具的幫助，使學生能夠看見機率的定性變化方式(如發現一顆骰子連續投兩次點數和是 6 的機會大於和是 2 或 8)。於國內有關機率統計及其概念的

線上教材則有中山大學羅夢娜(2003)所開發的「機率網路學習館」，內容包括中學以上的機率進階教材，一樣也獲致了不錯的評價。

基於上述，有鑑於機率的抽象本質、現行課程與教學的缺失，研究者認為利用電腦輔助機率學習具有以下特性：(1)可模擬重覆相當多次隨機試驗(2)以動態呈現常態分布、二項式分布等與機率相關的圖像，讓學生能確實看到「隨機事件(如擲硬幣、骰子、摸球)雖以不規則且不可預期的方式交互出現，然而卻能產生「多次實驗之後，各樣本點的比值逐漸接近於其機率值」逐步變化的過程；因此運用機率學習網輔助教學，能提供強而有力的機率學習與機率知覺經驗，讓學生形成動態的內在表徵，更能讓學生領會比值接近與大數法則的意涵，而能進一步正確活用機率知識於生活中，是相當適合「機率概念」之課程與教學的教學輔助教材。

四、「機率學習網」之功能與架構

本系統是教育部六大學習網/數學學習網下的一個子網站。學習網的願景為提供小一到國三學生與教師多元的科教資源和輔助，機率學習網亦同其他任一個子網站一樣，裡頭皆包含有教學資源、趣味實驗、探究式實驗、虛擬動畫、多元評量和補充教材(如歷屆得獎作品及科學史)等六大部份的教材，期望這個網站不但能提供給教師較充足的機率教學資源，也能有效幫助學生的機率概念成長。機率單元的部份深獲數位數學教育學者與國小資深教師的認同，具有專家效度及內容效度。以下茲將機率單元網站的六大部份設計簡介如下。

(一)系統進入畫面

以「去廟裡拜拜要擲筊問神明」這個民間習俗做為系統的畫面，企圖與學生的生活經驗結合，引起學生的學習動機。讓他們想要一窺「擲筊」背後隱藏的秘密，請見圖 1 所顯示的系統進入畫面。

透過機率學習網輔助小六學生學習之個案研究

生體會隨機與機率統計正則性的意涵。請見圖 2 所呈現的投擲一枚十元硬幣一千次的模擬畫面。

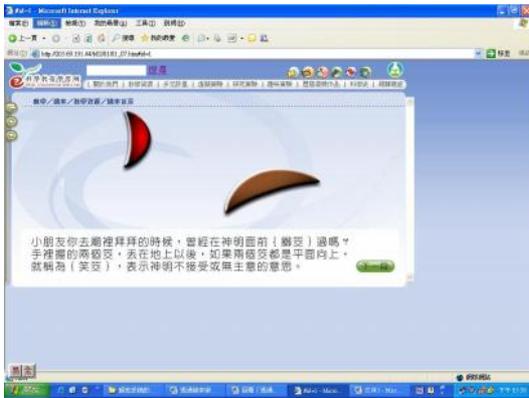


圖 1 系統進入畫面

(二)教學資源

此為概念講解的部份，主要設計理念是先介紹「樣本空間」的概念，再藉由大數法則的巧妙牽引讓學生習得「機率」的概念，以及如何用一個數值（分數或小數）來表示一事件出現的機會大小。因此分成兩小單元來做整個機率概念的引介。

1.樣本空間

主要使用硬幣及骰子來引出樣本空間的意涵。內容情境有一階段的樣本空間如「投擲一枚硬幣、一粒骰子」及二階段的樣本空間：「投擲兩枚硬幣、兩枚骰子」，後者尚含有「組合」概念的教學。以讓學生體會「一事件發生的所有可能性」意涵。

2.機率

承接上述樣本空間的「硬幣」及「骰子」情境，此單元利用電腦確實能隨機投擲的特色，讓學生親眼目睹硬幣和骰子的投擲由十次、二十次、一百次到一千次的投擲狀況，畫面裡除了顯現次數的變化，更有與投擲同步進行繪製曲線圖的設計，以及附上分數值和小數值的換算，充分讓學生藉由大數法則（投擲相當多次）了解機率值的由來。另外，值得一提的是本單元可一再重覆投擲，且沒有一次是曲線圖或次數表重覆的狀況，讓學

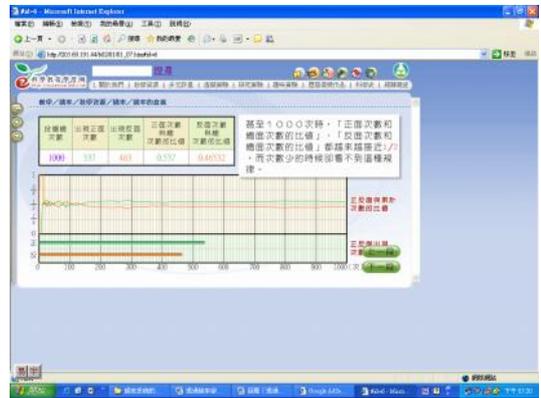


圖 2 投擲一枚十元硬幣一千次的模擬畫面

(三)多元評量試題

此單元為能回饋學生作答結果的十題選擇題，目的是測試學生在教學資源的了解情形，請見圖 3 所呈現的多元評量試題畫面舉隅。

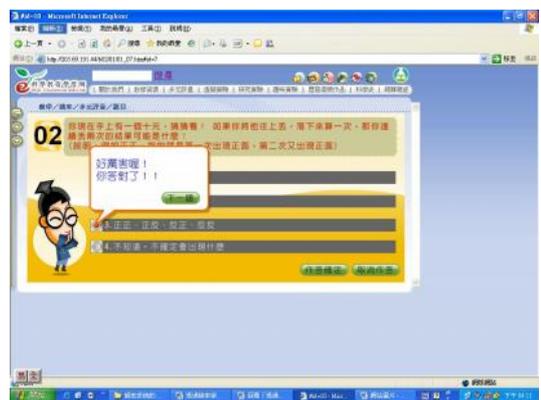


圖 3 多元評量試題畫面舉隅

(四)虛擬實驗單元

此單元學生可以自行選擇硬幣與彩球個數（即樣本空間）和投擲次數（有沒有接近大數法則），並可從中再次驗證樣本空間、大

專論

數法則和機率值之間的關係，請見圖四所呈現出的「同時投擲一枚十元及一枚五元一千次的模擬情況」。



圖 4 同時投擲一枚十元及一枚五元一千次的模擬情況

(五)探究實驗單元

此單元與虛擬單元的差別在於學生只能選擇個本個數，但投擲次數已設為三百次。目的在讓學生了解樣本空間和機率值的關連，請見圖 5 所顯示的探究實驗畫面。

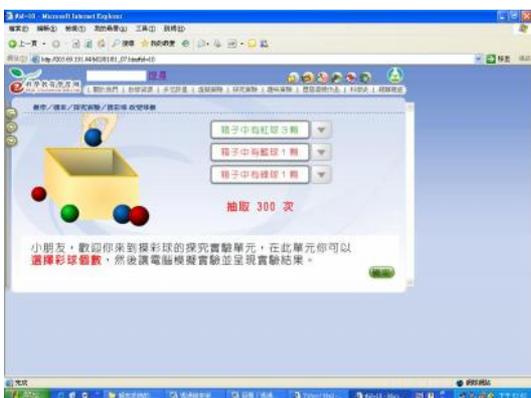


圖 5 可選擇箱中球數的探究實驗畫面

(六)趣味實驗

以射飛鏢為題材，先給學生五十點，可讓學生連射五十次，看看自己的預測與真實投擲是否相同，請見圖 6 所呈現的射飛鏢趣味實驗畫面。



圖 6 射飛鏢的趣味實驗畫面

(七)補充教材

包含科展得獎作品「元宵乞龜樂」及孟德爾遺傳定律等有關機率概念在其他科學理論的應用，請見圖 7 介紹科展得獎作品的畫面。



圖 7 科展得獎作品「元宵乞龜樂」之介紹畫面

參、研究方法

一、研究方法與設計

本研究採取個案研究的方式，以合作教師的任教班級為對象，去探究使用機率學習網輔助教學，是否真能促進學生之機率概念理解、提升學習興趣。在研究的期間係利用

課室現場觀察、於教學前後晤談個案學生與合作教師、紙筆測驗及各式問卷蒐集等相關資訊，來詮釋與分析學生的機率概念成長情形與情意方面的反應，以確實掌握使用機率學習網輔助教學的可行性與適切性。

二、參與人員

參與本研究的成員共有四位，包括陳老師(第一研究者)、柳老師(第二研究者)、李校長(第三研究者)及合作教師黃老師。第一及第三位研究者目前皆於某國立大學博士班進修，第一位研究者曾發表過數篇有關機率概念的研究文章，於本研究中擔任研究、課程與教學設計，及蒐集、分析資料者的角色，而第三位研究者曾發表過多篇教師專業成長文章，在本研究中擔任主持研究運作與支援者的角色，於資料分析、檢驗時亦提供自己的見解與假設。第二位研究者提供學術諮詢及網站使用的支援和指導。至於黃老師任教十餘年期間皆擔任六年級的導師，對於機率教學有相當的經驗，而其目前任教之六年級班級為常態編班，共 37 人，家長社經背景屬中上。

三、研究工具

本研究所蒐集到的資料兼具質與量。用來蒐集質性資料的工具包括課室觀察記錄(CO)、小組討論記錄(SD)、學生深度訪談原案(IR)、學生數學日誌(SJ)，與合作教師撰寫的省思筆記(TN)；而用來蒐集量化資料的工具具有兩份，一份是研究者依據林燈茂(1992)對於小學機率應具備內容的說明，自編之「小六學童機率概念問卷」，共有樣本空間 5 題，大數法則 7 題及求機率值 9 題，並商請三位國小六年級教師、一小六班級(非個案班級)、一位數學教授協助審查此測驗卷，具內容效度與專家效度。修正後以 112 位六年級學生進行預試，此份測驗內部一致性 Cronbach' 為.825，其雙向細目如表 1 所示。另一份是「資訊融入機率教學之學童態度量表」，係研究者依本研究之目的改編自尹玫君和劉世雄(2005)所開發之問卷，其 Cronbach' 值為.84，如表 4 所示。

四、研究實施程序

本研究的設計可分為三階段：第一階段

表 1 小六學童機率概念測驗之試題概念歸屬表

機率子概念	題號	題目內容分析	說明
樣本空間	1, 3	一階段樣本空間	學童必須能寫出一階段樣本空間
	4, 5, 6	二階段樣本空間	學童必須能寫出二階段樣本空間
大數法則的意涵	20, 21	降雨機率的意涵	學童必須能理解降雨機率為 50%、80%所代表的意義
	18, 19	棒球打擊率的意涵	學童必須能理解棒球打擊率為 50%、80%所代表的意義
	12, 16, 17	經由大樣本試驗後才能產生某事件的規則性	學童必須能理解某一事件的機率是指由多次試驗後所產生的規則性
求出正確的機率值	2, 9, 10	一階段出象之機率值	學童必須能算出「一階段樣本空間之出象」有幾種，並求出其機率值
	7, 8, 11	二階段出象之機率值	學童必須能算出「二階段樣本空間之出象」有幾種，並求出其機率值
	13, 14, 15	獨立事件的機率值	學童必須能理解「獨立事件」的意義，並求出其機率值

專論

是準備階段，包含有：(1) 成立研究小組，(2) 進行相關文獻探討與蒐集，(3) 小組成員進行教學前座談，(4) 針對整體研究與教學的流程共同協商、擬定、修正與達成共識；第二階段是執行階段，包括有：(1) 以半結構式晤談了解學生的先備機率知識；(2) 合作教師依據機率單元的網站設計進行四節課的教學：第一、二節課是教師利用網站講解教學資源裡有關機率意涵的知識，第三節課教師讓學生實際上網操作實驗，如虛擬、探究、趣味等實驗，第四堂課讓學生個人上網做多元評量試題，學生得到網站即時回饋分數後，再分組進行討論。(3) 每次教學後小組成員皆進行討論，並修正部份細節以確保研究順利進行，(4) 請學生填寫數學日誌與教學後學習態度量表，合作教師撰寫教學心得。最後一個階段即為省思階段，研究小組應用所蒐集到的資料舉行教學後座談，進行反思、辯證，以學生的學習效果為重心來評估應用 機率學習網輔助教學的整體成效，並撰寫研究報告。

五、資料蒐集與分析

本研究利用上述研究工具蒐集所有符合研究目的的資料（如下表 2 所示）。資料分析則採持續比較法和三角校正法來考驗學生的學習成效。採用多元的方式蒐集學童學習之認知與情意的表現是為資料來源的三角校正，而藉由研究小組多次進行共同討論辯

證，則為參與人員的三角校正。各種原案資料編碼的意義舉隅如下：(IR950414S3)代表 95 年 4 月 14 日訪談 3 號學生的意見。(SJ041912)則代表 95 年 4 月 19 日 12 號學生的數學日誌。

肆、結果與討論

一、學生機率概念改變情形

茲以表 3 呈現學生在前、後測時的正確答題率，以及不同概念改變情形的人數。答題率計算方式為：針對每個子概念，將全班得到的分數加總再平均後，最後除以題數。例如子概念「獨立事件」下有三題，答對一題得 1 分，答錯 0 分，前測時全班所得總分為 62 分， $62 \div 37(\text{人}) \div 3(\text{題})$ ，得到 0.55...，即前測答對率 55%，後測的計算方式亦同上，得到 75%，後測減前測 $75\% - 55\% = 20\%$ ，即為學生於三項機率子概念的答對率成長。接續，則以每一位學生前後測的答對題數來判斷概念改變三種的人數，例如 37 號小菁在前測時，一階值的部份答對 2 題而後測答對 3 題， $3-2 = +1$ ，視為概念進步；而小周前測答對 2 題，後測卻答對 0 題， $0-2 = -2$ ，視為概念退步。

由表 3 可看出，學童在三項機率子概念後測的表現都較前測進步。其中，體會「由

表 2 研究目的、研究工具與資料分析對照表

研究目的	研究工具	資料分析方式
1. 使用機率學習網協助教學，個案班級的學生之機率概念認知情形前後差異為何？	課室觀察記錄 學生數學日誌 深度訪談個案學生 機率概念問卷	* 質化分析 * 量化分析
2. 使用機率學習網協助教學，個案班級的學生之上課參與程度和情意表現為何？	課室觀察記錄 學生數學日誌 學童學習態度量表 合作教師省思筆記	* 質化分析 * 量化分析
3. 使用機率學習網協助教學過程中面對之問題及其因應措施為何？	課室觀察記錄 研究小組討論記錄	* 質化分析

大樣本試驗發現某事件發生的規則性」的部份成長最多，成長率為 35%，其原因是透過網站的設計，學生能看到：當次數相當多時，其機率值會趨於定值；而最少的是「一階樣本空間概念」，成長率為 9%，原因是未接受機率課程與教學的學生大部份本來就已對「一階樣本空間」有所了解，例如早就知道投擲一枚硬幣、一顆骰子會出現的所有可能圖案，因而成長比率沒那麼顯著。至於各子概念的細部進展情形，將於底下以「樣本空間」、「大數法則」及「機率值」三個部份分述之。

(一) 網站之設計使學生體會「樣本空間」的意涵，並改善其「簡化樣本點」的迷思概念

在「樣本空間」的部份，可看到經由教學後，學生於一階樣本空間的答對率由 86% 成長為 95%，而二階樣本空間由 39% 成長為 64%，由錯改對的人數分別為 4 人、22 人，經過選取個案晤談的結果，發現其原因是由於網站的教學資源裡包含了一階（如投一枚硬幣一次、轉輪問題）、二階（連續投一枚硬幣、一顆骰子兩次）等視覺情境，特別是呈現出連續丟一顆骰子兩次的組合情形，使學

生能體會求出更高階「樣本空間」的意涵，並進一步將網站所學的知識遷移到類似的樣本空間問題（見原案一），造成答對率提升。

原案一(IR950419 S6)

R: 佑佑很棒喔，老師發現你原本寫錯的第 6 題(甲城到乙城有 3 種走法，乙城到丙城有 2 種走法，甲城到丙城有幾種走法)是錯的，但現在答對了，你可以告訴老師讓你學會的原因是什麼嗎？

S6: 原本我根本想不出來，所以我就用猜的，是 $3+2=5$ 嗎？一直到上課時看到網站上投擲一顆骰子兩次的那一題，才知道可以這樣想：如果第一次出現 1，第二次可能會出現 1~6 的可能，同樣，如果第一次出現 2，也有 1~6 的可能，一直下去所以有 6×6 ，36 種情形。現在我知道了，我可以先設定甲到乙走第一條，那我乙到丙就有兩種走法。然後再設定甲到乙走第二條，也有兩種走法。所以共有 $2+2+2$ ，6 種走法嘛！

R: $2+2+2$ ，嗯，那跟題目裡的 3 條、2 條有關係嗎？

表 3 參與研究學童之概念前後測表現比較

機率子概念	題目內容分析	前測表現 (百分比)	後測表現 (百分比)	概念進步 由錯改對 (人數)	概念不變 對→對 錯→錯	概念退步 由對改錯 (人數)
樣本空間	一階段樣本空間	86%	95%	4	32	1
	二階段樣本空間	39%	64%	22	15	0
大數法則的 意涵	由大樣本試驗發現某 事件發生的規則性	44%	79%	24	10	3
	棒球打擊率的意涵	64%	78%	12	21	4
	降雨機率的意涵	60%	76%	14	20	3
求出正確機 率值	一階段出象之機率值	45%	73%	24	11	2
	二階段出象之機率值	36%	60%	22	11	4
	獨立事件的機率值	55%	75%	19	14	4

專論

S6: 嗯...我知道了, 2 加了三次, 所以是 $3 \times 2!$

從上述原案可看出, 原本面對從甲城到丙城的走法情境時, 佑佑沒有能力想像出樣本數的組合。但由於網站的設計提醒他解題的策略, 最後經研究者一提醒, 他即能將網站上 6×6 的乘法情境遷移到類似的問題。

原案二(IR950419 S37)

R: 小菁很棒喔, 老師發現你原本寫錯的第 4 題(投擲一枚 10 元和一枚 5 元的可能情形)是錯的, 但現在答對了, 你可以告訴老師讓你學會的原因是什麼嗎?

S37: 原本我認為有兩次都正、兩次都反和一正一反三種情形, 但上課時看到網站裡所呈現的, 才想到, 唉呀, 「10 元正 5 元反」與「10 元反 5 元正」是不同的情形嘛, 所以有 4 種情形。

R: 很好喔, 那第 5 題呢?(一顆骰子連續丟兩次, 加起來是 6 的情形)

S37: 現在題目問加起來是 6, 我就會想 $5+1$ 、 $1+5$ 、 $4+2$ 、 $2+4$ 、 $3+3$ 這五種。

R: 「 $5+1$ 」和「 $1+5$ 」有一樣嗎?

S37: 不一樣, 因為「 $5+1$ 」代表第一次出現 5 第二次出現 1, 而「 $1+5$ 」代表第一次出現 1 第二次出現 5。

前測時小菁在樣本空間的表現良好, 她已具備二階樣本空間以上的組合能力, 例如知道投擲一枚硬幣或一顆骰子會出現的所有可能圖案、連續投一枚硬幣或一顆骰子兩次

的所有可能情形, 也能算出三件上衣兩件牛仔褲的搭配方式, 甚至是一次投擲三枚硬幣的所有可能情形。然而她在前測時顯示出「簡化樣本點」的思考, 認為連續投擲一枚硬幣兩次只有三種情形, 將(正反)和(反正)視為同是一正一反的情形, 忽略了「第一次正、第二次反」和「第一次反、第二次正」的排列順序。但經由網站的教學, 她即能將排列順序當成考量的因素, 這也是網站能針對學童易犯錯的迷思概念做補強的功效顯現。

至於唯一在樣本空間退步的, 是原本能答出「投擲一顆骰子有 6 種可能」的小敏, 在後測答題時反而誤解題目的意思, 以為是求「連投一顆骰子兩次出現 6 的機會」, 造成答非所問。至於晤談她為何會產生這樣的誤解, 她說是看錯題目。有可能是「連投一顆骰子兩次」的題目在網站教學時給她留下較深的印象而影響答題的思考。

(二)學生可經由網站的設計體會「大數法則」的意涵

機率概念裡最抽象的, 莫過於「若重複試驗趨近無限多次, 世上發生的某些非確定現象, 能呈現出一種統計正則性」(Hoel, Port, & Stone, 1989)的大數法則概念。而根據林燈茂(1992)的調查分析, 雖然統計正則性為「相對次數」的觀點, 但即使在教學後, 六上學童仍往往以「絕對次數差異」的觀點來處理「不同試行次數之硬幣隨機投擲, 出現正反面積比值接近次數之排序」。

由研究結果可發現, 網站的設計, 使得「眼見為憑」、「以相對差異觀點」變得可能。有一位學童剛開始不相信, 上網各自玩了 10 回合的一枚硬幣/骰子 1000 次投擲, 大呼:「那是真的, 硬幣投擲次數越多, 出現正面的比值真的差不多等於 $1/2$, 而且骰子每個點數出現的比值也接近 $1/6$ 」(IR950419 S4)。另外, 教師亦能利用網站的虛擬實驗, 比較投擲一枚硬幣五次、一百次、一千次的比值, 能更清楚的講解「大數法則」的概念(見原案三)

原案三(CO950415)

T: 上一堂課小淵不是說他認為硬幣投一千次很有可能出現一千次正面嗎？你們知道正確答案是什麼嗎？

S: (說答案的聲音此起彼落)

T: 今天，我們要靠網路的幫忙，一起來找出答案喔！(T 請學生上虛擬實驗單元，親自記錄自己網上投擲一枚硬幣五次、一百次、一千次的正面比值，並在紙上寫下自己的發現)。

T: 小淵，你說說你的數據吧！

S8: 我設定紅球 3 顆、藍球 2 顆和綠球 1 顆，然後我發現，玩 5 次時紅、藍、綠球的比值是 0.4、0.4、0.2，100 次時紅、藍、綠的比值是 0.5、0.31、0.18，而 1000 次時紅、藍、綠球的比值是 0.511、0.305、0.184。(這時 T 把小淵的數據寫成表格畫於黑板。)

T: 你們發現了什麼？我發現 100 次和 1000 次的紅色比值接近 $0.5 = 3/6$ 耶！

S24: 藍色接近 $2/6$ ！

S16: 綠色接近 $1/6$ ！

T: 對，你們看到電腦上小數分數換算的對照表了嗎？ $3/6$ 差不多等於 0.5， $2/6$ 是接近 0.333... $1/6$ 接近 0.166..是不是在 100 次、1000 次的投擲中，比值都比 5 次投擲接近紅、藍、綠球在所有球中占有的比例？如 6 顆球中有 3 顆紅球、兩顆藍球和 1 顆綠球？

由上述原案可以看出來，教師拋出之前一位同學(小淵)的另有概念，引導學生用網站尋求問題的解答，適切的讓學生經由比較五次、一百次、一千次的比值，以「相對差異」的觀點去體會大數法則的意涵。我們可以從表 3 看到後測裡，大數法則的概念從 44% 升至 79%，而學生對於棒球打擊率與降雨率的意涵亦由 64%、60% 提升至 78%、76% 以上。此結果支持 Pratt 和 Noss(1998)的論點：網站能提供隨機分派的情境，且藉由繪圖工具的幫助學生看出機率結果的累積，與機率的定性變化方式。

表 3 還顯示出了很有意思的現象。在大樣本規律性、棒球打擊率和降雨率的部份，分別有 3 位、4 位、3 位學童在教學後答對率不升反降，這顯示了學童在教學後反而選擇以小樣本事件來做為判斷事件可能性的依據。例如在「大樣本規律性」部份，犯錯的 3 位同學在教學後不約而同選擇「只有十次的投擲，很容易判斷出現幾次正面或反面」，相反的，卻認為「因為有八百次的投擲，正反面出現的機會越來越不相等，因此不容易預測出現八百次裡出現正面的比率」。這樣的答題似乎反映出在教學後他們以「正反面的出現『次數』為答題的依據，而非使用比值之相對差異觀點」，與林燈茂(1992)提出的迷思概念「擲一公正銅板 n 次，恰好出現半面的機率會隨 n 增大而增大」相符。另外在「棒球打擊率和降雨率」犯錯的同學也有類似的思考出現。有趣的是，這似乎屬於教學後才產生的二階直觀迷思概念(Fischbein, 1984, 1991)範疇了，因本文篇幅有限，研究者將另行撰文探討，在此不再詳述。

(三)學生可經由網站之設計體會「機率值」的意涵

多數學童在前測時傾向直覺反應，而能使用「分數」代表一階出象機率值。例如在投擲一枚硬幣出現正面的次數、指針停留於轉輪上某顏色的機率、從裝有兩種口味糖果的袋中抽出一顆特定口味等問題情境中，其

專論

表現較好，答對率達 45%。但在二階出象機率值的情境，如甲到丙地走「道路甲乙 1，乙丙 2」的機率值，同時投擲一枚 5 元和一枚 10 元硬幣出現「10 正 5 反」的機率等，學童一方面囿於樣本空間難度增高，一方面不確定用分數表示的直覺是否正確，因此答對率只達 36%。然而經教學後，一階出象值上升至 73%，二階出象值上升至 60%，分別上升了 28%、24%，可見學生在經由網站教學後更能掌握在樣本空間難度較低的一階機率值，也由於網站的設計習得解題策略(見原案一)，使學童更能掌握二階樣本空間，其出象值的答對率也連帶提高不少。

學童在「獨立事件機率值」亦有 20% 的成長，例如中低程度的小筑在教學前認為若之前女生生得多，下一次生男孩的機率比較大，也不知道怎麼用數值表示(原案四)。但經由網站教學後，在後測時她不但具備獨立事件的概念，也習得了用分數「 $1/2$ 」表示的方式(原案四)。

原案四(IR950402 S34)

S34: 我覺得前面已經生了五個女兒，下一次應該還是會生女的。另外賭徒這一題我也覺得手氣超好就會一直正，前面 5 次和第 6 次丟有關係，但是我也不知道用什麼來表示，所以兩題都選 $1/6$ 。

原案五(IR950419 S23)

R: 小筑，這次妳全部都答對了，兩題都選 $1/2$ 了，可以告訴我妳的想法嗎？

S: 就是，嗯，從網站上的「教學資源」單元裡，那個曲線圖啊，我才知道硬幣要丟很多很多次，它正反面出現的比值才會接近相等。而且每一次丟都和後面沒有關係，因為我們班每組玩的結果都不太一樣...我想生男生女那題和賭徒題

都一樣，前五次生的小孩、和前五次丟的硬幣結果和後面都沒有關係嘛，所以生男/生女和正面/反面都各有 $1/2$ 的機會嘛。

由原案五我們發現，教學資源裡模擬硬幣、骰子由十次、二十次、一百次到一千次的投擲狀況，是造成小筑領會獨立事件與其機率值表示方法的原因，足見網站所提供的視覺表徵有助於學生發展概念。

教學後答對率不升反降的情形，在一階機率值、二階機率值及獨立事件裡分別是 2 人、4 人、4 人。一階值答錯的兩人中，一個是後測時缺考，一個則是在前測時將所要的機率值都寫成 $1/2$ 而猜對其中一題，而後測時仍不能理解機率值之意涵而全數作答錯誤。二階值答錯的學童是前測時使用「 3×2 」的乘法思維但後測時卻用了「 $3+2$ 」的加法思維。獨立事件答錯的學童表明因受下一單元「百分率」的影響，將之前認為 80% 的降雨率是 100 天裡『大約有』80 天會下雨，在後測時改選...『剛好有』...」(IR950420 S16、S31)。教學後答對率不升反降的情形相當特殊，背後所牽涉的原因較廣，亦屬於教學後才產生的二階直觀迷思概念(Fischbein, 1984, 1991)範疇，因本文篇幅有限，研究者將另行撰文探討，在此不再詳述。

二、學生之上課氣氛和情意表現

(一)學生於「資訊融入機率教學之學童態度量表」中的反應相當正面

表 4「資訊融入機率教學之學童態度量表」的填答是四分量表，從中可看出，學生無論在學習興趣、學習滿意度、學習參與度、學習態度、學習策略和自我評估之平均數皆高於 2.5 分，甚而 12 題中有 8 題的平均數皆高於 3 分；另外，標準差也皆低於 1，可見學生的反應是相當正向的。只有第 8 題「我會多看、多想一些日常生活中與「機率」有關的學習內容」的平均為 2.73，也許值得我

們去思考，學生主動連結所學之數學與生活之習慣尚未養成。

(二)合作教師的心得

參與本研究的黃老師在她的學習心得（見原案六）指出，「好像多了一個老師在幫忙上課」，因為比較以往的上課方式，她不再需要丟很多次硬幣，帶很多教具，講解一遍又一遍學生卻仍摸不清楚機率中樣本空間、大數法則等意涵。另外，她也覺得經由資訊輔助，學生學習興趣大大提高，「尤其在看

到電腦一直模擬丟，六百次、七百次...數據不斷變動，底下的曲線圖和長條圖也不斷生長，那時候學生簡直興奮得快瘋掉了」(SD950415 黃 T)。的確，當時學生看到電腦模擬丟硬幣、骰子一千次的過程，臉上滿佈興奮的表情，手握拳雙眼直盯著螢幕，深怕錯過什麼好戲！

原案六(TN950420)

黃 T：這是我第一次用電腦教機率，我想如果在教室裡教這個單元，我會先給學生

表 4 資訊融入機率教學之學童態度量表

	非常不同 意%(人數)	不同意 %(人數)	同意 %(人數)	非常同意 %(人數)	平均數	標準差
第一部份：學習興趣						
下課後我會想去看看老師上課使用的機率學習網。	5.4(2)	13.5(5)	67.6(25)	13.5(5)	2.89	.70
我喜歡和其他同學討論機率學習網上的內容。	8.1(3)	18.9(7)	59.5(22)	13.5(5)	2.78	.79
我喜歡用這種方式學數學。	8.1(3)	0	18.9(7)	73.0(27)	3.57	.87
第二部份：學習滿意度						
老師使用這個網路上課對我的學習是有幫助的。	5.4(2)	0	45.9(17)	48.6(18)	3.38	.76
我對老師上課時和我們互動的情形感到滿意。	0	0	62.2(23)	37.8(14)	3.38	.49
我對上課可以接觸到的設備感到滿意。	2.7(1)	2.7(1)	37.8(14)	56.8(21)	3.49	.69
第三部份：學習參與度						
即使我在上課時無法完成作業，我也會在其他時間努力去做。	5.4(2)	13.5(5)	48.6(18)	32.4(12)	3.19	.81
我會多看、多想一些日常生活中與「機率」有關的學習內容。	8.1(3)	27.0(10)	48.6(18)	16.2(6)	2.73	.84
第四部份：學習態度						
要是每一位老師上課方式都像這樣，那就太棒了。	0	10.8(4)	29.7(11)	59.5(22)	3.49	.69
老師在上課中使用的方法使得學數學簡單多了。	5.4(2)	5.4(2)	40.5(15)	48.5(18)	3.32	.82
第五部份：學習策略和自我評估						
我知道老師呈現哪些教材內容和學習內容是有關的。	0	10.8(4)	49.5(17)	43.2(16)	3.32	.67
我能夠正確地判斷網站上哪些資料是有用的學習知識。	0	13.5(5)	43.2(16)	43.2(16)	3.30	.70

具體操作、再記錄、計算結果、討論結論，這樣可能需要很多的時間！但是用電腦輔助教學，不用自己丟硬幣，也不用記錄、計算，電腦馬上就呈現所有的結果，尤其是呈現機率的折線圖，一目了然。如果學生沒聽清楚或明白，回家可以上網再繼續研究！所以我覺得，善用資訊資源，可以提升教學效果及效率，讓課堂多了一個「老師」來輔助老師！

(三)學生學習的心得

從學生的數學日誌可看出，他們的學習興趣相當濃厚，同時也習得了不少知識。像小珮就寫著：「我希望數學的教學方式永遠像這樣……說不定以後我會很期待上數學課」（見原案七），以及她的收穫：「原來中樂透的機率是這麼小，我開始羨慕那些中獎的人了！」；另外小雯也寫著：「我希望以後上數學課可以在電腦教室上課，不但可以親眼看看實際的過程，更能讓我們加深印象」。而小樺的收穫則是：「原來機率那麼有趣，越多次數，數字的比值會越來越接近，而且在日常生活中也被應用蠻多的！」。小豪（原案八）則寫著：「我們這組賭骰子哪一個數字會最先到達頂點，結果時間都差不多，真是刺激又好玩！」

原案七(SJ0419 S32)

原案八(SJ0419 S12)

三、機率學習網協助教學過程中面對之問題及其因應措施

上述的結果呈現的是網站輔助教學的總結性成效，然而在實施機率學習網輔助教學的過程中，曾遇到了不少挑戰，包括課程的流程、以什麼方式呈現教學、如何因應學生學習表現而做教學調整等等，小組成員曾針對這些狀況做多次的討論並修訂教學計畫。為詳實反映出機率學習網輔助教學的成效，研究者將過程整理成以下幾個面相，以供讀者參考：

(一)網站功能仍無法取代教師的角色

剛開始研究小組認為，若要確實了解機率學習網成效，應區隔網站設計和教師教學對於機率學習的影響。然而合作教師黃老師卻提出疑問：「雖然這個網站真的能幫不少忙，但我不認為使用這個網站後，我可以完全不用教……我覺得學生在試完所有的頁面後，沒有辦法得到完整的機率概念，還需要我去串連及說明概念的關係」（SD950415 黃 T）。黃老師的想法引發了小組成員的反思，再次瀏覽網站後，李校長回應：「我認為黃老師說的有道理，網站本身的設計並沒有如 ICAI 立即回饋的功能，在提供學生自我控制學習的方面可能較弱，老師可能需要介入教學」（SD950415 李 P）。陳老師則提出看法：「如果教師要教學，我希望教師就照著電腦的內容教，不用加入其他的補充，僅是串連概念及頁面的觀念，也許能把教師教學的影響減低而突顯網站輔助功能」（SD950415 陳 T）。最後小組產生了一致共識：在學生學習的過程中，教師仍是不可或缺的。不過盡量減低教師的介入和引導以更能貼近網站成效的探究。畢

竟觀察學生所產生的迷思概念與疑惑並適時加以澄清，了解網站上各個單元背後所蘊含的意義後，思考如何適時加以使用、串接、補充知識，都是教師能而電腦所不能之處。

(二)網站教學應用的時機、程序和深度

在研究進行的過程中，第二位研究者在教學完對研究小組拋出了這樣的問題：「看來你們的教學是按照網站的設計，從第一介面「教學資源」到第五介面「探究實驗」做順序的教學，但學生學習數學不是一向由具體而至抽象嗎？如果先從探究實驗開始，引起學生的好奇心再回到教學資源做教學不也是很好的方式嗎？」(SD950420 柳 T)，對於這個問題，黃老師則回應：「如果讓我再次使用這個網站輔助機率教學，我會試用另一種方式：先讓學生去玩玩網站裡的各個單元，再於課堂上講解，或者適時配合自己上課的需要，再利用網站去補充一些上頭的活動」(SD950420 黃 T)。事實上數學學習不外乎是「規則 例子」或「例子 規則」的兩種模式(鄭英豪，2000)，網站每個單元循序漸進的設計較便利於學生自學，但若老師要使用網站來輔助教學，則需視學生學習的特性或自己的需要以決定網站何時使用？如何使用？及哪些單元要說明，哪些單元由學生自行探究。

伍、結論與建議

一、結論

本研究屬個案研究，旨在探測使用機率學習網融入教學後，學生之學習成效。研究者雖進行相關文獻探討與蒐集、且研究流程與研究工具皆經過共同協商、擬定、修正過程，並對結果進行多次反思，然而在研究的詮釋推論上仍有其限制，實需後續更深入的檢證。綜合本研究的發現，歸納結果如下：

(一)使用機率學習網輔助教學能提高學生的機率學習成效

1.經由網站的設計，學生更爲了解樣本空間的概念

從學生在有關樣本空間試題的答對率成長，以及學生能解出原本錯誤的樣本空間試題，都可以說明此網站對學生的學習有所幫助。例如學生從網站的教學資源所顯示的組合策略(連續擲一粒骰子兩次，第一次丟 1，第二次就可能有 1~6 種等可能)領悟到選擇路徑的所有可能性之求法，也改善了原本簡化樣本點的迷思概念(認爲連續擲一粒骰子兩次，“第 1 次丟 5 第 2 次丟 1”和“第 1 次丟 1 第 2 次丟 5”是相同的事件)。另外，由於網站的設計包含了豐富的視覺情境，如擲硬幣、骰子、轉輪等圖示，提昇學生對情境具體化的能力，亦是協助學生樣本空間概念成長的原因。

2.經由網站的設計，學生更能體會大數法則的意涵

大數法則是相當抽象的概念，一般課室因時空的限制很難去做到「大量、重複的試驗」，然而此網路的設計在幾分鐘短短的時間內，讓電腦亂數投擲硬幣、從箱中取球一百次、一千次，並以動態的方式呈現投擲次數、總次數、兩者比值逐步變化三者的數值、曲線圖及長條圖，讓老師在說明大數法則概念時事半功倍，也更具說服力與時效性，從學生上課熱烈迴響的氣氛及學生於大數法則試題的答對率成長皆可看出學生經由網站的設計，學生更能體會大數法則的意涵。

3.經由網站的設計，學生更能理解如何使用數值來表示理想機率值

學童在「學童機率概念測驗」中，關於一階出象、二階出象及獨立事件等機率值的表現良好，其答對率分別提昇了 29%、24%、20%，顯示學童在此部份概念有所成長。其中成長較多的是以一個數值(分數或百分比)來表示在一階出象中，某事件發生可能性的大小，例如在一階出象情境中，能用 $\frac{1}{3}$ 代

專論

表兩人猜拳 A 贏的機率，或者從裝有 30 顆牛奶口味與 10 顆巧克力口味的袋中抽中牛奶口味的機會是 $\frac{3}{4}$ 。而在二階出象情境裡，學童較容易受限於尚未成熟的組合推理能力，連帶影響二階機率值的表現，如因無法列出「從三件上衣及兩件牛仔褲中選一套衣服」的樣本空間，因而也寫不出正確的機率值，此亦是後續研究值得探討的方向。

(二)學生普遍對機率學習網輔助教學有正向的感知

從上課情形的觀察、學生的數學日誌及合作教師的評價中可看出，學生普遍喜歡、接受且非常肯定這種方式的教學，他們認為「用這種方式上數學很有趣」，也發現「機率與日常生活習習相關」、「原來重覆多次試驗後，樣本空間裡的事件比值會趨近於定值」，可見學生對於機率學習網多持有正向良好的學習感知，其能達寓教於樂之效。

二、建議

茲彙整本研究的實施心得與學生的回饋，提出下列幾點建議：

(一)妥善規劃網站教學應用的時機、程序和深度

沒有任何的電腦軟體能完全取代老師之於學生的地位和角色，教師在使用機率學習網教機率前，不需非得要從第一個單元教到最後一單元，而宜從學生學習的角度去考量網站應用的時機、運用的深淺程度及單元順序選取等問題，亦可留某些單元讓學生自行探究、練習，使網站「輔助教學」的功能更能發揮，而使教學與學習達事半功倍之效。

(二)彈性運用網站優勢設計，協助學生學習正確的機率概念

機率所包涵的概念是相當抽象的，諸如為什麼世上事件的出象，在大量試驗後會存在規律性？或者機率值從何而來？為何能以分數表示？在傳統課堂上很難說清楚、講明白，學生的學習困難亦可想而知。正因機率學習網有著優勢的設計：如能模擬現實事件重覆多次試驗，以及能將投擲後的事件與樣本空間之比值對照化分的分數、小數等特性，可提供學生視覺的多重表徵，彈性運用將更能協助學生理解機率概念意涵。

參考文獻

- 尹玫君、劉昭雄(2005)。資訊科技融入教學的學習相關影響因素之研究。當代教育研究，13(2)，109~138。
- 王安蘭(2005)。一個重構高中生機率概念的行動研究。台北：國立台灣師範大學未發表之碩士論文。
- 林燈茂(1992)。11-16 歲學童之「相對差異」與「大數法則」概念初探。彰化：國立彰化師範大學科學教育研究所未發表之碩士論文。
- 林燈茂、曹宗萍(1995)。國小職前教師的「機率概念教學知識」與「機率概念知識」之初探。八十五學年度師範學院教育學術論文發表會刊。台東：台東師院。
- 徐偉明(1996)。國小數學教師初步機率教學之研究。屏東：國立屏東師範學院未發表之碩士論文。
- 施能宏(1997)。國小高年級學生機率文字題表現之研究。台中：國立台中師範學院未發表之碩

士論文。

教育部(1993)。國民小學課程標準。台北：教育部。

教育部(2001)。教學創新九年一貫課程問題與解答。台北：教育部。

教育部(2003)。現行教科書審定制度之檢討與未來規劃。教育部於立法院第五屆第二會期專案報告。

陳欣民、劉祥通(2002a)。從兒童機率迷思概念之文獻分析談機率單元的教學與課程。科學教育研究與發展季刊，26，40-51。

陳芷羚(2002)。探討中學生機率概念與判斷偏誤關係之研究。台北：國立台灣師範大學未發表之碩士論文。

曾淑雯(2003)。國中生對一些試驗發生機會相等或不相等認知之研究。台北：國立台灣師範大學未發表之碩士論文。

鄭英豪(2000)。學生教師數學教學概念的學習：以「概念啓蒙例」的教學概念為例。台北：國立台灣師範大學未發表之博士論文。

蔡文煥(1993)。國小統計教材 機率初步概念之設計理念與實際。載於國民小學數學科新課程概說-高年級(pp257-266)。台北：教育部。

羅夢娜(2003)。機率概念與應用網路學習研究(3/3)。行政院國家科學委員會專題研究成果報告(報告編號：NSC 92-2521-S-110 -001)。未出版。

藺云(2005)。了解学生认知错误探索概率概念教学策略。2005年9月24日。取自：
esatc.hutc.zj.cn/xjzdkc/news/2/2005924170339.htm - 15k

Aspinwall, L., & Tarr, J. E. (2001). Middle school students' understanding of the role sample size plays in experimental probability. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 1-17.

Hoel, Port, & Stone(1989)。機率導論(詹世煌譯)。台北：曉園出版社。

Fischbein, E., & Gazit, A. (1984). Do the teaching of improve probability intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24.

Fischbein, E. (1987). Intuition in Science and Mathematics. Dordrecht: Kluwer

Fischbein, E. (1991). Factors Affecting Probabilistic Judgments in Children and Adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (6), 523-549.

Galindo, E. (1995). Visualization and students' performance in technology -based calculus. *Proceedings of the Seventeenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 321-327.

Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In Glasersfeld E. V. (Ed.),

專論

- Radical constructivism in Mathematics Education* (pp139-165). Holland: Kluwer.
- Konold, C. (1993). Inconsistencies in students' Reasoning about Probability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 392-414.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and Standards for school Mathematics*. Reston, Va: NCTM .
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children* . London: Routledge kegan paul.
- Paivio, A. (1986). *Mental representations: A dual coding approach* . New York: Oxford University Press.
- Pratt, D. and Noss, R. (1998) The co-ordination of meanings for randomness. *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 17-24
- Sharge, G. (1983). Misinterpretation of stochastic models. In Scholz, R. (Ed.), *Decision making under uncertainty*, 351-361. Amsterdam: New York North-Holland.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. In D.Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 465-494. New York: Macmillan.
- Siegler, R. S. (1981). Developmental Sequences within and between concepts. *Monographs of the society for research in Child Development*, 46(2).
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1973). Availability: A heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive Psychology*, 5, 207-232.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 185, 1124-1131.
- Tarr, J. E., & Lannin, J. (2005). How do teachers build notions of conditional probability and independence? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers.

A Case Study on the Sixth Grade Students' learning effect by Applying CAI through the Probability Learning Website of Ministry of Education

Hsin-Min Chen* Shian Leou Shun -Long Lee*****

The purpose of this case study was to find out the sixth grade students' learning effect by applying the Probability Learning Website of Ministry of Education. The results showed that the design of the website can help student understand the concepts of Sample Space, Law of Large numbers and Probabilities. In addition, most of them had positive attitude toward computer-assisted learning.

keywords : Sample Space, Law of Large number, Probabilities

*Graduate student, Graduate Institute of Science Education, National Kaohsiung Normal University

**Professor, Department of Mathematics, National Kaohsiung Normal University

*** Graduate student, Department of Education, National Kaohsiung Normal University

專論