

國小教師的長度教學之探討

黃 幸 美

本研究分析四位國小中年級教師的長度教學活動，與其學生解決長度問題的表現，期以獲知教師的長度教學以及兒童學習長度之梗概。研究結果發現，教師多贊同兒童討論與探索解題學習數學。在長度教學上，教師重視使用多項測量工具與小組實測活動，但是課室教學則偏好全班討論方式。教科書是教師教學的重要內容，但教師也自行設計問題與參考兒童想法佈題。教師聽取、回饋學生想法、讓學生操作教具，皆為教學重要的活動；但是提供先估後測與實測之後的概念歸納，是教師教學較缺乏之活動。在問答討論上，學生較少有批判性問答的表現。在解決長度問題方面，長度單位量的化聚與推理問題，兒童表現較不理想。藉由估測、實測與概念歸納，幫助兒童建立長度量感，是導向建構長度知識的重要途徑。

關鍵字：長度教學，佈題，師生互動，長度問題解決

本文作者現任台北市立師範學院初等教育系副教授；國立政治大學教育研究所博士；學術專長為教學心理、數學教育

一、以兒童的數學知識認知為基礎的教學性質與實務

近年來認知學習導向的教育學者發現兒童的學習是多元化的，兒童在具生活化、趣味性且富探索性的學習環境，知識的建構與有意義的學習於焉發生(Schwartz, 1994; Simon, 1995)。例如：兒童常在富有新奇事物的情境中，駐留腳步觀察或與同儕分享自己的發現，此駐足逗留雖是偶然發現所引起，但卻是兒童在興趣與關心的動力下探索知識與學習的源頭（柯啓瑤，民89）。老師營造激發學習意願與探索的環境，例如：教學活動源自兒童的生活經驗；討論議題取自兒童的想法等，將激發學生積極學習的意願，知識的主動建構自此發生。因此，教學環境的成分，除了包含靜態資料展示與教具等硬體設備以外，教師的語言表徵、問題提問、活動安排與對學生學習的回饋等，皆為教學環境的重要成分(Turner & Meyer, 2000)。而且，教師對兒童數學學習的觀點為影響教學活動的潛在要素，亦可謂為廣義教學的一部份。

隨著「兒童乃知識的主動建構者」理念的驗證與闡揚，在教學方面，教育學者檢討過去以教師為中心的直接教學模式之缺失-教師將成人組織好的知識概念，口授或示範教學，兒童則直接模仿教師的解題策略，學生的腦子充滿被灌輸的形式化知識，但卻缺乏思考的主動性與空間，問答討論表達想法與應變於解決生活問題的能力，僵化且不足。有鑑於此，以兒童認知為基礎與知識建構取向的課程與教學的改革，亦在各先進國家蓬勃推展。

知識建構取向的教學，在我國小學數學教育亦相當受重視。教育部於民國八十二年修訂的國小數學課程標準，揭櫫以兒童生活經驗與認知為基礎幫助兒童建構知識，培養談論數學與擅用各種工具解決問題的能力（教育部，民82），並在民國八十五年施行於數學新課程，其與非數學新課程（即國立編譯館統編的國小數學課程）最大差異在於教學取向的不同，課程內容則無重大差異（劉好，許天維，民84）。同時，數學新課程的教學理念-數學談論、生活化、兒童認知發展為基礎，也不斷透過媒體、期刊書報、教師研習與進修課程，提供在職教師教學觀摩與教學理念的認識，期以落實於教學實務。自民國八十二年逐漸推展知識建構取向教學理念以來，教師對兒童數學學習所持的觀點如何，以及如何導引不同的教學活動，幫助兒童建構數學概念，值得研究者進一步了解。

從教學實務而言，設立目標，提供數學作業以幫助學生達成學習目標；

激發與營造教室的數學討論，使師生皆清晰地明瞭所學內容；創造與佈置教室環境以支持數學的教與學；分析學生的學習情形、作業表現與環境，以進行教學決定，皆為教師數學教學的重要任務(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 1991)。上述教學任務的落實，可從情境佈置、教師提問問題、與師生互動歷程三方面獲知梗概(鍾靜，民84；86；Carpenter, Fennema & Franke, 1996；Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs & Empson, 1996；Peterson, Fennema, Carpenter & Loef, 1989；Turner & Meyer, 2000)：第一，教學情境佈置，指教師在上課之前為學習者所做的環境佈置，包含教具準備、環境佈置與討論情境安排等。就長度教學而言，運用各種尺與物件作為長度單位，進行測量是重要的活動，測量工具與相關教具的準備乃不可或缺。同時，長度實測操作與師生之間的問答討論互動的進行是教室情境安排的一部份。在直接教學法的模式下，教師的操作示範與「口說-手寫粉筆」，則較少提供機會讓每位兒童動手操作與小組討論；在知識建構模式下，每位兒童的操作、思考與小組同儕的討論是受重視的。因此，教師的教學取向將可從其教室情境安排是否利於兒童討論與實測活動獲知。第二，教師提問問題，教師根據教學目標提出待解的問題，以及徵詢學生想法與引發討論的問題。問題類別因其來源不同，可分為下列三種：(一)問題直接引自教科書：即教師直接根據數學教科書或習作上的問題佈題。(二)問題引自兒童的討論與想法：教師根據兒童討論的意見與想法，提問待答問題。(三)教師自行佈題：教師統整教科書問題與兒童想法，自行設計待答問題。教師提問問題與佈題是導引兒童概念建構的橋樑，過去以教師為中心的教學，教師常以教科書所呈現的問題為佈題主要依歸，兒童的想法較不受重視；在知識建構取向的教學，教科書的問題固然是教師教學的重要參考，但是教師從行間巡視中聽取的兒童想法與討論內容，亦為教師佈題的參考來源，同時，教師根據教學需要也可能自行設計問題，以導引學生理解概念與澄清誤解。佈題的參考來源多元化，問題愈趨近兒童的認知與經驗，愈能激發兒童思考與觸類旁通地建構知識(Simon, 1995; Thompson & Thompson, 1996)。第三，師生互動歷程，在教師方面包含：教師操作教具、解釋說明、直接回答學生問題、回饋學生不同答案；在學生方面包含：學生說明解題歷程、操作教具與展示操作、提問問題或批判觀點、簡答答案。在以教師為中心的直接教學模式下，教師是教學歷程中的主角，學生則多為聽講與模仿教師解題策略，學生提問問題與批判觀點的討論表現較少；在知識建構取向的教學，談論數學是受鼓勵的(Greasser & Person 1994；Hicks, 1996)，因此，學生操作與說明解題過程、提問

問題、提出批判觀點的表現是教學歷程中重要的活動。同時，在師生談論數學的歷程中，提問「如何(How)…」、「什麼(What)…」、「為什麼(Why)…」問題與回答、批判性的觀點，對於概念澄清與精緻化工具助益性；直接告知學生解答與簡短回答，則無助於了解學生的解題思考(黃幸美，民89a；King, 1991；Webb, 1989)。因此，本研究擬觀察教師的教學，分析教師在教學活動中的情境佈置、佈題與師生互動歷程，以了解教師的教學取向。

二、長度概念的教學之探討

長度概念是小學數學課程量與實測課程內容的一部份，長度測量技能以及長度單位關係的認知，尤為中、低年級兒童必須建立的知識(教育部，民82年；民89；NCTM, 1991)。而了解長度的性質、發展長度概念、從測量長度的歷程認識測量單位、作長度估測並使用估測、使用測量工具並應用於日常生活情境，尤為低～中年級數學課程長度知識的重要內容(教育部，民82；民89)。自民國八十五年施行數學新課程的教材設計，將教學、學生的實作活動與生活問題解決結合相當受重視，而民國八十五年以前由國立編譯館統編的數學課程，幾經修訂，有關中年級長度教材，其重心在於讓兒童認識公尺、公里，學會使用捲尺與布尺實測較長距離的長度，並從日常生活中認識自己的指寬、掌幅、指距、一庹的長度，透過實測認識自己身體部位的長度，並能利用來約估、估算實測物件長度(國立編譯館，民77；民82；民86；民87a)。由此可見，修訂後的課程教材，乃期望教師從教學中引導兒童透過實測活動發展長度與測量概念。

從學者調查兒童長度問題的解題表現(例如：高敬文，黃金鍾，民81；國立台灣師範大學，民84；民85；Kutz, 1991)，與教師對兒童長度學習困難的認知(例如：黃幸美，民88)，發現兒童認識公分單位、使用尺測量短距離長度量的問題(例如：測量作業單上的線段長度)表現良好，但是對於較長距離與大單位長度量的量感學習表現不甚理想。研究者曾於民國86年對台北縣、市三所國小106位五年級學童非正式調查其長度估測的問題-「你怎麼知道教室的長與寬大約有多長?」，有60.8%的兒童回答使用尺、身體部位，以及教室內可用的測量物件作測量單位。但是有21%的兒童回答「用眼睛看」來得知教室的長度，使用感官觀察長度固然為一種基本的方式，但是其可能產生的誤差也最大；次則有9.1%的兒童空白未答；另有9.1%兒童的回答為非使用長度測量的方式測得長度(例如：用猜的，第六感等等)。由此可見，五

年級兒童雖然已學習過長度與測量課程，但是對於自己經常活動的教室如何測知其長度的表現猶不盡理想。

在長度教學方面，分析低、中年級數學課程有關長度概念的內涵，低年級的學習以認識長的意義與公分尺的使用與測量為主，而長度的公制系統知識、較大距離的估測與實測，以及長度量普遍單位的化聚問題，則為中年級長度課程的重要內涵，其知識也是未來建構測量系統概念與公式，將測量歷程與概念、實測、估測作統整，發展比例概念及其他從間接測量導引出來的概念之必備基礎。另一方面，長度保留概念是長度概念學習的基礎，由於兒童長度保留概念的發展於低年級階段已發展(劉秋木，民85)，因此有關長度保留概念方面的教學，非在本研究範圍之內。在長度教學上，測量工具的使用與實測活動固然重要，但是其有關長度的事實知識，例如：長度公制單位的介紹、長度量普遍單位的化聚概念等，長度相關的知識概念之解釋與說明，仍需藉由教師說明與師生討論互動等歷程進行教學。因此，了解中年級教師如何透過佈題、師生討論互動，以進行長度的實測、估測、公制單位知識的教學活動，是本研究的重要議題。

除此以外，教師的教學與兒童的學習成果密切相關(Fennema & Franke, 1992)，例如：Peterson等人(1989)的研究發現，對知識建構導向持有較高認知的教師，其學生在解決文字問題上的表現，優於較低程度認知教師的學生；但是兩組教師的學生在解決計算問題上，表現無顯著差異。Fuson, Carroll和Drueck(2000)分析接受直接教學模式與知識建構取向教學(以兒童認知為基礎的知識建構)的小學生，比較兩組學生解決數學問題的表現差異，研究結果發現在數感與計數、推理、幾何、資料分析等方面的解題表現，接受知識建構取向教學的兒童表現優於接受直接教學模式者。由此可見，教師的教學為影響兒童的學習與解題表現的一種因素。就長度的問題解決上，長度意義的認識、複製、使用公分尺測量、直接比較等，為屬於基礎知識；而長度量感的建立、估測、公制單位量的化聚處理與推理，則屬於較高階層的能力，也是中年級長度教學的重要內涵。中年級兒童在上述各類長度問題的解決表現如何，其學習表現是否受不同教師教學活動影響，亦為本研究欲探討的問題之一。

三、教師對兒童數學學習的觀點與教學的關係

統整教師的教學活動歷程之觀察與晤談結果作分析，為瞭解師生互動與

教師教學相關知識的良好途徑(Truner & Meyer, 2000)。近年來探討教師知識的學者，例如：Marks (1996)、Swafford, Jones 和 Thornton (1997) 以及 Thompson 和 Thompson (1996) 等研究，皆以教學觀察與晤談教師，一方面從可觀察的教學活動，獲知教師的教學方式與如何幫助兒童建構教材知識，以助探討教師對兒童建構知識與解決問題表現之間的關係。另一方面，教師對教學所持的信念、兒童學習的觀點，其可能影響教師的教學。教師在教學活動中，是否重視提供機會讓兒童討論與主動建構知識的情境，可能受教師個人對兒童學習所持的觀點影響。例如：鍾靜(民84；民86)、張佩瑛和蔣治邦(民89)、Carpenter 等人(1996)、Fennema 等人(1996) 以及 Peterson 等人(1989) 的研究皆發現，傳統教學取向的教師傾向使用教師講解策略，較常以直接教學法教授兒童解題策略與算則，對兒童運算技能的重視程度高於解決問題的思考歷程。相對地，知識建構取向的教師，其教學較常提供兒童同儕討論的機會，教師雖有闡釋、展示解題程序，但也重視提供問題情境鼓勵兒童透過個別與小組合作方式解決問題，讓兒童討論不同的解題策略與解決問題歷程說明，教師在教學中也較重視傾聽兒童表達的解題想法。上述的教學行為為可自教學觀察中，對教師的提問問題、兒童討論解題策略與解決問題歷程說明的表現，以及教師在教學中傾聽兒童表達的解題想法等師生互動，比較其次數多寡，獲悉教師的教學取向，但是教師對兒童數學學習的觀點與其對兒童學習困難的認知，卻難以直接從教學觀察獲悉。因此，使用調查問卷與晤談教師的教學理念與學習觀點，可助益了解教師觀點。

在長度教學方面的相關研究，雖有研究指出數學測量領域的教學，應包含長度實測與概念認知(例如：Kutz, 1991; Wilson & Osborne, 1992)、教師對兒童長度學習困難的認知(例如：黃幸美, 民88)，但是從教學觀察、問卷調查與晤談，分析教師的長度教學活動與其對兒童數學學習觀點的潛存關係，相關研究則尚不多見。因此，本研究主要為觀察與分析教師的長度教學，但也輔以問卷調查與晤談教師，進一步了解教師對兒童數學學習與長度學習困難的觀點，與其教學活動的關係。

自教室觀察中收集教學活動資料，是一種勞力密集的工作，其優點為可獲得較多自然情境的訊息與教學實務資料，該訊息也是難從量化分析獲得的，但是教室觀察也受研究者之人力、時間限制，難以大樣本地收集觀察資料，其分析結果的推論性亦相當有限(Turner & Meyer, 2000)。本研究觀察四位中年級教師的長度教學，研究對象人數少，所得結果難以廣泛推論，是本研究之限制。但是從教師教學觀察、分析教學歷程的師生互動，比較不同師生互動方式與兒童長度學習的關係，並輔以了解教師對兒童數學學習的觀點，期以探尋其與教學中的師生互動方式所潛存的關係，研究結果對教師的

長度教學可窺知一角，並提供教師教學的自我檢校與職前教師培育參考，對於提供教育專業訓練具參考意義。

綜合上述，本研究從了解四位國小教師的教學理念取向，觀察教師長度教學，分析教師幫助兒童建構長度概念的歷程，以及兒童在長度問題解決上的表現，所探討的主要問題為：(一)分析教師的長度概念教學活動之師生互動內涵。(二)比較不同教師在教學活動與師生互動的差異，並從教師對兒童數學學習之觀點，分析其與教學活動的潛存關係。(三)分析與比較兒童在不同教師的長度教學下，解決長度問題的表現差異。研究目的期以藉著教師教學活動之剖析，提供教師檢視個人教學與師生互動之參考。

參、研究方法

根據上述研究動機與問題，本研究的進行與收集資料時間為民國87年1月～6月。以下分別說明研究方法、對象與歷程。

一、研究方法

本研究主要以觀察、晤談與教學錄影，收集教師的教學活動資料，並輔以研究者自編的兒童數學學習問卷與長度問題解決評量，收集教師對兒童數學學習的觀點，與兒童解決長度問題的資料。

二、研究對象

研究對象為四位任教於台北市一所公立國小的有經驗教師（三年級與四年級教師各二位），經研究者洽談商請以後，皆同意接受教學觀察與錄影、問卷調查與晤談。以下就四位教師的教學資歷、背景資料、對兒童數學學習觀點、教學活動歷程分析，分別析述如下。

(一)教師背景資料

1. 四位教師的任教年級、教學年資與觀察時數，呈如表一所示。

四位教師的長度教學節數，以教師完成該長度單元之教學為原則。因此，四位教師的教學觀察時間雖有差異，但每位教師皆教授完一個長度單元。

表一 四位教師的背景資料及教學錄影時間

教師代號	任教年級	教學年資	教學觀察節數
周老師(3A)	三	20	3
劉老師(3B)	三	30	4
王老師(4A)	四	35	4
劉老師(4B)	四	18	3

2. 教師對兒童數學學習與長度學習困難的看法

為了解教師對兒童數學學習、長度學習與難易觀點，除了晤談教師以外，並輔以讓四位教師各填答一份由研究者自編的兒童數學學習問卷。問卷的問題設計為研究者參考黃幸美(民88；民89b)，Fennema等人(1996)，Peterson等人(1989)研究有關數學學習的問題問題、長度教學與兒童長度學習困難的觀點設計而成。兒童數學學習問卷包含兩部分，第一部份包含九題有關知識建構學習問題，第二部份為包含六題有關兒童學習長度與難易問題，上述兩部分的問題皆為李克特式四點量表形式，選項為非常同意；同意；不同意；非常不同意，其得分各代表4分；3分；2分；1分(呈如附錄一所示)。計分方法為根據教師之作答情形加計總分。在知識建構學習方面，得分愈高，表示教師愈同意兒童同儕討論與探討解題策略的教學取向，得分愈低，則表示對上述理念的同意程度愈低。在長度學習與困難觀點方面，根據教師之作答情形加計總分，得分愈高，表示教師愈同意長度教學觀點或學習困難；得分愈低，則表示對長度教學觀點或學習困難的同意程度愈低。

(二) 數學教材

教師所使用的數學課本與教材，為由國小數學課本第六冊(國立編譯館，民87a)與第七冊(國立編譯館，民86)。

(三) 教師的長度教學活動觀察與分析

在教師的長度教學活動分析方面，以教師在長度教學時所進行的活動，各依其活動性質做分類，以及對教師的佈題與師生互動內涵作描述與分析。各項教學活動分類與例隅呈如表二所示。

在教學活動資料收集方面，研究者將教師長度教學過程全程錄影，同

時作觀察紀錄並輔以晤談教師，繼而將錄影與晤談的內容轉譯成文字稿。在教師教學活動分類上，由研究者與一位具國小教學經驗的助理教授，分別根據表三的各项教學活動進行分類。當部分教學行為分類結果不一致時，則兩位編碼者再經逐一討論以建立分類共識。繼而將分類結果作成次數統計，以助了解教師在各類活動上不同表現的情形(Miles & Huberman, 1994)。由於教師在一次提問問題與談話中，可能同時包含多項類別，因此根據教學活動觀察與紀錄文字稿所包含的活動內容，採多重分類計次。

表二 教師的長度教學活動類別與例隅

教學活動類別	教學活動類別之例隅
<p>教室情境佈置：</p> <p>一、教具部分</p> <p>1. 是/否準備教具</p> <p>二、討論情境</p> <p>2. 全班討論</p> <p>3. 小組討論</p>	<p>1. 教師取用一公尺之長尺、捲尺、布尺、繩子等測量工具。</p> <p>2. 教師主持全班性的討論。</p> <p>3. 5~6位兒童組成一組，進行小組討論，教師非主持者。</p>
<p>教師提問問題</p> <p>4. 問題直接取自教科書</p> <p>5. 問題取自兒童的想法與討論</p> <p>6. 問題為教師自行設計</p>	<p>4. 老師：「小朋友你們看課本109頁，你們剪下來的繩子用來量量看，看看每個人量出來的長度是多少？」</p> <p>5. 老師：「噢！他說用比較長的繩子，然後這個繩子扶一公尺的地方打一個結，像老師手上拿的這條繩子，這條繩子我們稱它是什麼？」</p> <p>6. 老師：「好，...，現在不要用尺，你們站到大約10公尺的地方給我看看。老師會看看你們的腳跟，看腳跟到那條線的長度是不是10公尺。」</p>
<p>教師與學生的互動歷程：</p> <p>一、老師部分：</p> <p>7. 教師操作教具、解釋與演示</p>	<p>7. 老師甲：（在黑板上寫「m」）「你們看到這個符號就是公尺。那前面加一個“c”變成「cm」，這個記號就是公分。...所以尺拿上來（用尺示範），有個英文字母的標示，它寫「5m」，就是5公尺的意思。」</p>

<p>8.聽取與回饋學生解決問題的想法、讓學生操作教具與演示。</p> <p>9.直接告知學生問題的答案。</p>	<p>8.學生甲：「我們是用布尺量的。一個接著一個地量，然後到快要到的地方把布尺擺著，看那邊的白線是在布尺的哪裡。我們量出來的結果是26公尺。」</p> <p>9.老師：「$15\text{公分} \times 3 = 45\text{公分}$，$45\text{公分} + 13\text{公分} = 58\text{公分}$。」</p>
<p>學生部分：</p> <p>10.學生提問問題與批判性答案。</p> <p>11.學生作簡短性回答。</p>	<p>10.學生甲：「我覺得用大尺比較好用，比較簡單，用小尺要一直加，比較困難。」</p> <p>學生乙：「我覺得很長的東西就要用長尺，長尺量起來比較方便。」</p> <p>11.學生：「是」；「不是」；「3公尺20公分」。</p>

二、學生解決長度問題評量

有關長度問題評量，研究者參考中年級的教材與數理科實作評量工具（國立台灣師範大學，民85），設計七大題長度問題，包含：測量、公制單位的長度量比較、實物長度的複製、公制單位的化聚、推理、保留概念與直線段的造形問題，於學期期末評量學生的解題表現。每個長度大題皆包含二~三個小題，除了說明理由問題以外，每答對一小題可得五分，滿分為101分。有關理由說明部分，則根據其回答正確情形計分，得分為2分。長度評量問題呈如附錄一所示。

在學生學習評量分析的樣本方面，以四位參與研究教師之級任班級學生為分析樣本，但剔除學習障礙之特殊學生。四個班級的學生人數，分別為：3A班級23人，3B班級27人，4A班級21人，4B班級24人。

肆、研究結果

第一部份、教師對兒童數學學習觀點與教學活動分析

一、教師對兒童數學學習觀點的結果

教師對兒童數學學習觀點的分析，包含兩部分：第一，了解教師對知識

建構取向理念同意程度；第二，了解教師對兒童在長度學習與困難觀點上的同意程度。以下將教師在兒童數學學習、長度學習與困難問卷上的得分，分別呈如表三所示。

表三 四位教師對兒童數學學習、長度學習困難觀點的平均數與標準差

	3A	3B	4A	4B	平均數	標準差
數學學習得分	32	24	32	28	29	3.83
長度學習與困難	17	20	24	18	19.75	3.10

從表三可見，四位老師對兒童同儕討論與探索解題策略建構知識的理念皆持同意的觀點，只是同意程度略有差異。研究者根據四位教師的平均數作區分，3A與4A老師的同意程度高於平均數，兩位教師的同意程度略高於3B與4B老師。

在教師對長度學習與困難觀點方面，四位教師的觀點略有差異。四位教師對實測活動對長度學習的重要性、兒童學習長度測量與測量工具的使用是容易的、兒童不易了解大單位的長度量，以及兒童對長度的實測比估測表現理想等觀點，皆持同意的看法。在長度的報讀與複製方面，3A與3B教師不同意兒童在此方面的學習是容易的觀點；4A與4B教師則同意兒童此方面的學習是容易的觀點。在兒童估測日常事物與場地長度方面，3A與4B教師不同意兒童在此方面的學習表現不理想的觀點；3B與4A教師則認同兒童在此方面的學習表現不理想的觀點。

二、教師教學活動與次數分析

四位教師的教學各項活動次數與百分比分析，呈如表四所示。從表四發現，在教學活動的教室情境、提問問題與師生互動歷程上，不同教師存有差異現象。由於三年級與四年級的教材不同，以下針對三、四年級各兩位教師的教學活動與晤談資料分析，分別比較其差異。

表四 四位教師長度教學之各項活動與次數分析

教學活動	三年級		三年級		四年級		四年級	
	3A教師		3B教師		4A教師		4B教師	
教室情境佈置 1.是/否準備教具	捲尺、布尺、繩子		捲尺、布尺		捲尺、布尺		捲尺、布尺	
2.全班討論/小組討論	全班討論、分組實測		全班討論、個別實測		小組討論、分組實測		全班討論、分組實測	
	次數	百分比	次數	百分比	次數	百分比	次數	百分比
教師提問問題								
3.問題直接取自教科書。	12	15.0%	15	39.5%	10	41.7%	15	42.8%
4.問題取自兒童的想法與討論。	25	31.3%	11	28.9%	9	37.5%	10	28.6%
5.問題為教師自行設計。	43	53.7%	12	31.6%	5	20.8%	10	28.6%
次數	80	100%	38	100%	24	100%	35	100%
教師與學生的互動歷程								
老師部分：								
6.教師解釋與說明、操作教具與操作演示。	23	6.5%	22	11.6%	4	12.1%	4	7.8%
7.聽取與回饋學生解決問題的想法、讓學生操作教具與演示。	142	40.3%	58	30.5%	24	72.7%	37	72.6%
8.直接告知學生問題的答案。	4	1.2%	10	5.2%	2	6.1%	4	7.8%
學生部分：								
9.學生提問問題與批判性答案。	28	8.0%	14	7.4%	2	6.1%	4	7.8%
10.學生作簡短性回答。	155	44.0%	86	45.3%	1	3.0%	2	4.0%
次數	352	100%	190	100%	33	100%	51	100%

(一)在教室情境佈置方面

- 1.在教具準備上，四位教師在長度教學都配合教材內容準備所需教具，例如：捲尺、布尺或繩子等測量工具，示範實測或檢測兒童的測量結果。
- 2.在討論情境方面，進行實測活動時，3A與4B教師以小組進行；3B教師以個別或抽點學生作實測；在課室討論方面，三位教師皆使用全班討論方式。4A教師則以小組進行討論與實測活動。

(二)在教師提問問題方面

- 1.就三年級教師之比較而言，3A教師的問題較多取自兒童想法與自行佈

題，其次數百分比比較3B教師高，其問題取自教科書的比例也較3B教師低；3B教師的佈題則較多取自教科書，次則自行佈題與取自兒童想法提問問題。

2. 就四年級教師之比較而言，在根據教科書佈題方面，兩位教師的次數百分比相近；在取自兒童想法佈題方面，4A教師的次數百分比略高於4B教師；在教師自行佈題方面，4B教師的次數百分比略高於4A教師。

(三)在教師與學生的互動歷程方面

1. 就三年級教師之比較而言，3A教師在聽取、回饋學生想法、讓學生操作教具與演示的次數百分比，高於3B教師。在教師解說與操作演示教具、直接告知學生答案的次數百分比上，3B教師高於3A教師。在學生作批判性問答與作簡短性回答的次數百分比上，兩位教師的學生表現皆相近。在學生作簡短性回答的次數百分比上，其佔師生互動總次數百分比最高。
2. 就四年級教師之比較而言，在教師解釋與說明的次數百分比上，4A教師比4B教師表現略高。在聽取、回饋學生想法、讓學生操作教具與演示；學生提問批判性問題；學生做簡短性回答的次數百分比上，兩位教師的學生表現皆相近。聽取與回饋學生想法、讓學生操作教具與演示，在兩位教師的師生互動歷程中，皆佔有最高次數百分比。

從表四亦可發現，四位教師皆相當重視讓兒童進行長度實測、與說明長度問題解決的歷程，讓兒童學習測量工具的使用、使用長度公制單位報讀測量結果，上述教學活動與教師對兒童長度學習與困難觀點的反應是相符合的。教師皆同意「長度的實測活動是學習長度概念必要的經驗」、「不易了解大單位長度量」是兒童學習困難，因此，在教學中引入相當多的實測活動，讓兒童學習與實作長度測量，期以建立兒童長度量感。

表四雖然呈現教師教學活動的量化結果，但是從教學觀察與晤談教師中，尚有非量化訊息值得重視，以下就教室情境佈置、教師提問問題，以及師生問答討論，分別舉例說明之。

(一)在教室情境佈置方面

教師在課室討論情境安排上，其因教師個人教學經驗與活動內容不同，而有全班討論或小組討論方式的安排。例如：4A教師從讓學生分組討論與合作解題經驗中，發現學生可充分討論與集思廣益，因此，在教學

中偏好提供開放性問題讓學生分組腦力激盪，在長度教學中，所有的問題討論與實測活動皆以小組合作模式進行。3A、3B與4B教師則對小組討論持較保守的看法，覺得兒童討論能力有限，因此以全班討論方式進行教學，但是在長度實測時，則認為分工合作較容易完成作業，因此多以小組合作進行或抽點學生實測。

根據教師在兒童數學學習觀點的問卷調查結果，4A教師對讓兒童問答討論的同意程度最高，其也反映在教學情境上，完全以小組討論式的安排進行教學活動。3A與4B教師雖同意兒童同儕討論探索解題，但是其對討論情境的安排是偏向全班式的討論，實測活動則以小組進行；3B教師對兒童同儕討論探索解題的同意程度最低，其在教學情境上的安排則以全班式的討論進行，實測活動也以個別或抽取部分學生作實測，而較不重視小組討論解題。

(二)在教師提問問題方面

從表四可發現四位教師所提問的問題，50%以上的問題並非引自教科書或習作，但是在教師自行設計問題方面，3B、4A與4B教師設計的問題多以教科書的問題為基礎，或參考教科書與習作問題而提問類似問題：例如：從參考教科書的「測量餅乾盒的長度」問題，佈類似問題「測量家裡的餐桌、床的長邊與寬邊的長度」。3A教師則提問非例行性的問題（參見附錄二），較多讓兒童在教室內、外情境，經驗目測、步測與實測活動的問題，並作不同測量誤差結果的比較。

(三)在教學歷程中師生對談的互動內容

因教師不同而存有差異。3A教師多提供機會讓學生說明測量歷程；3B教師與學生的問答，則較多讓學生作簡單回答與注重長度單位的換算。

綜合前述的教學觀察，3A教師的佈題可反應出其認知兒童不容易了解大單位長度量，在教學中重視讓兒童透過教室外的場地測量活動，經驗不同長度量的估測與實測活動。3B教師同意「兒童估測日常事物、場地長度的表現較不理想」、「兒童的實測比估測理想」，也在活動中讓學生實測，但是在其提問問題上仍較偏重長度單位的化、聚問題，而非長度的估測。在四年級方面，四年級老師配合教科書的問題，皆要求學生先行估測以後再實測，實測活動結束以後，教師再與學生表列實測與估測結果的差異；但是先估後測

活動在三年級教師方面，3A 教師提供較多問題與活動讓兒童作長距離的估測；3B 教師則僅配合教科書一個問題的教學，讓學生先估後測，唯3A與3B教師於先估後測活動後，與兒童歸納討論估測與實測之間的差異以及如何建立長度量感，則顯不足。

第二部分、兒童長度問題解題表現分析

四位參與研究教師的級任班級學生，在研究者自編的長度問題評量上的解題表現與比較，呈如表五所示。

從表五可發現，3A 與3B 教師的學生在長度測量、長度推理、長度累加、化聚與推理、長度保留概念、直線段造形等問題上，兩班學生的解題表現沒有顯著差異，其t 考驗的結果分別是 .88；.28；.26；.13；.35。在長度估測問題上，3A 教師的學生解題表現優於3B 教師的學生 ($t=.05^*, p<.05$)；在長度複製與累加問題上，3B 教師的學生解題表現優於3A 教師的學生 ($t=.03^*, p<.05$)。整體而言，兩班學生在長度問題的解題表現未具顯著差異， $t=.75, p>.05$ 。

表五 參與研究教師之級任班級學生的長度問題解決表現

	3A教師班級學生 (n=23)		3B教師班級學生 (n=27)		T 考驗	4A教師班級學生 (n=21)		4B教師班級學生 (n=24)		T 考驗
	平均	標準差	平均	標準差		平均	標準差	平均	標準差	
長度測量問題 (滿分25分)	7.39	7.01	7.11	6.22	.88	15.62	7.37	15.79	8.20	.94
長度估測問題 (滿分7分)	5.39	2.33	3.67	3.40	.05*	6.29	1.65	5.75	2.01	.34
長度的複製與累加問題 (滿分15分)	6.22	5.54	9.37	4.56	.03*	13.00	3.99	11.63	4.74	.30
長度的推理問題 (滿分12分)	3.65	5.65	2.11	4.20	.28	6.71	5.34	4.96	4.90	.26
長度的累加、化聚與推理問題 (滿分15分)	8.09	6.19	9.89	5.05	.26	13.29	3.27	11.08	5.46	.12
長度保留概念 (滿分12分)	9.61	3.33	7.85	4.47	.13	9.86	4.41	9.71	3.48	.90
直線段的造形 (滿分15分)	5.17	5.86	3.70	5.11	.35	10.95	4.64	7.08	6.74	.03*
總分 (滿分101分)	45.52	20.14	43.70	19.29	.75	75.71	17.08	66.00	24.20	.13

同時，4A與4B教師的學生在直線段造形問題的解題表現，呈現顯著差異（ $t=.03^*$, $p<.05$ ），4A教師的學生表現優於4B教師的學生。在長度測量；長度估測；長度的複製與累加；長度推理；長度累加、化聚與推理；長度保留概念等問題上，兩班學生的解題表現皆無顯著差異， t 考驗的結果分別是.94；.34；.30；.26；.12；.90。整體而言，兩班學生在長度問題的解題表現，亦無顯著差異， $t=.13$, $p>.05$ 。

三、四年級學生在上述各類長度問題的解題表現，以推理問題的解題表現分數最低。

伍、研究結果、討論與建議

本研究探討四位國小中年級教師的長度教學與師生互動內涵，從觀察與分析教師的長度教學活動，與其學生解決長度問題的表現，期以獲知教師的教學情境佈置、提問問題與師生互動歷程，以及兒童學習長度之梗概。以下根據研究結果與發現，分別提出討論，並對教學與後續研究提出建議。

一、討 論

(一)在教師對兒童數學學習觀點方面

四位教師多贊同數學教學應讓兒童討論與探索解題；而非單純聽取教師講授與機械式地練習解題，由此可見教師對知識建構取向教學觀念持有同意之看法。

(二)在長度教學活動觀察上，可從下列幾方面作討論

1. 在教室情境佈置方面：(1)教師相當重視各種測量工具的使用，四位教師皆充分使用尺與可替代的測量工具（例如：繩子），讓兒童分組進行實測，包含自己身體各部位的長度、教室內的物件與校園測量的活動，教師亦與學生討論測量結果，此與教師在長度學習與困難問卷上，反應非常同意「使用測量工具與實測長度」是符合的。(2)在討論的情境安排方面，因教師個人的教學經驗、對兒童討論能力的觀點不同而有不同安排，一位教師的教學情境，皆以小組討論方式安排情境與進行活動；三位教師則使用全班討論方式教學，唯進行長度測量時，則以分小組活動

或個別測量。教師對討論情境的安排，與其在對兒童數學學習問卷上的反應是相符應的。全班討論的方式，似乎比較受教師的喜好，上述的教室情境安排，教師主要的考量因素為：教師對兒童小組合作解題的效果與討論能力的評估，以及教學時間是否充足。

2. 在教師的提問問題方面，教科書呈現的問題是教師教學的一部分，參考兒童討論內容，與個人自行設計問題，也是教師提問來源。雖然教師自行設計的問題多有類似教科書問題，但是其問題也以日常生活中的長度測量問題為主，教學並非只以教科書的問題為限。教師的教學，已逐漸將重心自教學者轉移到聽取兒童想法與生活經驗，重視學習者的雛形隱約可見。四年級教師在取自兒童想法的佈題次數百分比並不高，其可能受其問題多取自教科書的影響，教師偏重讓學生分組實測與組間巡視，觀察學生的測量情形而未重新佈題，師生的問答討論互動亦不多見。
3. 在師生的互動歷程方面，(1)整體而言，聽取、回饋學生想法、讓學生操作教具與演示，皆為四位教師教學重要的活動，由教師直接操作教具與演示的次數並不多。由此可見，在長度教學中，直接教學的模式已逐漸淡化，轉而以學生活動為重心。唯值得注意的是，教師雖然重視提供機會讓學生實測，但是先估後測、估測活動、測量誤差的比較，以及如何減少測量誤差等問題的討論，四位教師在此方面的討論仍不多見。上述活動是建立學生長度量感與培養估測能力的重要途徑，教師卻忽略了上述活動。(2)在三年級教師教學中，學生做簡短性回答則佔有最高的次數百分比，除此以外，四位教師的學生，在提問問題與批判性答案所表現的次數百分比皆不高；四位教師皆有直接告知學生問題答案的現象。教師與學生之間雖有討論，但是問題性質多傾向閉鎖性或長度單位的換算問題，引發學生歸納與批判的問題不足，學生回答封閉性問題也以多簡單回答回覆。
4. 在兒童解決長度問題比較方面，三年級兩班學生在長度問題解題表現沒有顯著差異。但是3A教師的學生在長度估測問題上，解題表現優於3B教師的學生，此可能由於3A教師在教學中，提供比較多機會（比3B教師提供得多）讓學生進行估測活動有關。同時，在長度的複製與累加問題上，3B教師的學生解題表現優於3A教師的學生，其可能在教學中，3B教師則相當重視長度單位的換算與計算，因而使其學生在長度的複製與累加問題上，解題表現優於3A教師的學生。在四年級學生的解題比較方面，兩班學生的解題表現亦無顯著差異，唯在直線段的造形問題的解題表現上，4A與4B教師的學生呈現顯著差異，4A教師的學生表現優於4B教師的學生。其可能由於4A教師平時即傾向讓學生腦力激盪，

對於非例行性與開放性的造型問題，學生的解題表現也較好。

綜合上述研究結果，四位教師多能掌握教科書的內容，進行長度教學，因此，學生在整體的解題表現上無顯著差異；但是有關長度估測與造型能力的培養，則可能受教師不同教學活動，學生的解題表現也呈現差異。除此以外，四個班級的學生在長度推理問題上分數皆較低，其可能由於教師在教學中雖多有實測活動，但缺乏推理性的佈題，學生缺乏長度實測後的歸納與推理思考，由此可窺知教學活動對學生學習的影響。教師對兒童所持的數學學習與長度學習困難觀點，與其教學活動大部分是相互呼應的，唯教師的佈題對於先估後測與長度概念的歸納討論略顯不足，學生對於提問批判問答討論的表現不足，而且三年級兒童多有簡單回答。教師宜加強提問引發學生討論的問題，以及鼓勵學生提出批判的論點，是值得教師重視的問題。

二、建 議

1. 從教學分析中發現，教師相當重視學生的實測活動，但疏於讓學生先估後測與測量後的歸納討論。因為讓學生先估後測，實測之後再歸納與討論估測與實測之間的差異問題，此種歸納與檢校的討論，是有效幫助學生建立長度量感與測量能力的重要活動（朱建正，民83），值得教師教學參考。
2. 測量工具的使用與長度量的報讀，皆為教師重視的問題。學生也在上述問題上表現得相當理想。唯長度的化聚問題雖也受教師重視，但是學生仍多有解題錯誤的現象。其乃由於長度公制單位的轉換與化聚比較，其需統整長度、十進數系概念與計算能力（Sovchik, 1996），方能成功解題，兒童若未能充分具備長度知識、十進數系概念與運算技能，則不易解題成功。教師宜多藉助實測與認知長度公制單位，以及測量後的歸納與檢校，建立長度量感，輔以運算程序的學習，是增進兒童解決長度化聚問題能力之有效途徑。
3. 學生提批判性問題與回答，是激發學生推理與思考的重要活動，但是從研究中發現該活動並不多。教師在重視師生問答討論的同時，亦應提供更開放的討論空間與具批判討論性質的問題，讓學生所學作推理與批判思考，盡量減少讓學生作簡答式的提問，因為批判性的問答是助益學習的有意義討論，簡答式的問答則助益程度薄弱（Hicks, 1996；Webb, 1989）。
4. 教師如何洞察學生想法並根據學生的問題作佈題與討論，師生討論如何引發學生更多批判性問題的提問與回答，是教師有待進修的議題。未來在教師進修課程上，宜多安排增強師生問答討論互動的教學觀摩機會，

從教學觀摩中可望提昇教師佈題的多樣性，以及師生問答討論的品質。

5. 教師在兒童數學學習觀點上，雖然表示同意知識建構取向的觀點，但是在引用學生的想法提問問題與自行佈題，以及和學生進行有意義的數學討論，是存有較多差異之處。教師的教學信念與其教學活動未必完全一致的現象，也與Koehler和Grouws(1992)之研究發現相似。雖然有研究發現教師教學信念影響其教學關係，但是影響教學實務的可能因素，亦包含教師個人對於新教學理念的接受與調適程度、學校行政的配合，以及家長期望等因素（Koehler & Grouws, 1992；Skott, 1999）。未來的研究可針對教師對教學新理念的接受、學校行政的配合，以及家長期望因素，更進一步探討教師教學觀點對教學活動的影響。研究結果將裨益教育改革之推動與落實。
6. 本研究乃觀察與分析四位中年級教師的長度教學，以及其學生的學習表現，所發現的結果雖可了解中年級的長度教與學的部分情形，唯結果未能普遍推論。未來的研究可擴大研究教師的樣本，分析教師的佈題、師生討論，與晤談學生有關長度概念與生活應用問題，更深入了解兒童長度知識的建構，增強教師對兒童數學學習的認知，將有助教師教學知能的提昇。

致謝：

本研究為國科會專案研究計劃NSC87-2511-S-S-15Z-012之部分內容，文中論點不代表國科會。本文感謝國立台北師範學院數學教育系譚學君教授惠賜意見，以及參與教學研究的四位國小教師：王富美老師、周筱晴老師、劉淑女老師、劉樹美老師。同時，感謝王春展助理教授與柯靜芬老師在研究歷程中的協助。

附註：關於本研究之測量工具，請逕洽作者。

參考文獻

- 朱建正（民83）。國民小學數學新課程低年級長度教材的設計。輯於國民小學數學新課程低年級概說，頁109-125。台北縣：台灣省國民學校教師研習會。
- 柯啓瑛（民89b）。自然與生活科技領域的學習環境和學習媒體。漢林文教雜誌，10，20-28。
- 高敬文、黃金鐘（民81）。我國國小學童測量概念發展之研究。我國學生數學概念發展研究計劃總結報告之五。台北：行政院國家科學研究委員會科學

Teacher Education, 41(3), 3-11.

- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. 2nd Ed., Sage Publications.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Peterson, P. L., Fennema, E., Carpenter, T. P., & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and Instruction*, 6(1), 1-40.
- Schwartz, S. L. (1994). Seasonal crafts: Discovering mathematical relationships and solving mathematical problems. *Teaching Children Mathematics*, 1(4), 2149.
- Skott, J. (1999). The multiple motives of teacher activity and the role of the teacher's school mathematical images. In Zaslavsky, O. (Ed.). *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics education*, V.4, p.4-209-216. Israel Institute of technology.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Sovchik, R. J. (1996). *Teaching mathematics to children*, 2nd Ed. Harper Collins College publishers, Inc.
- Swafford, J.O., Jones, G. A. & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 467-483.
- Turner, J. C., & Meyer, D.K. (2000). Studying and understanding the instructional contexts of classrooms: using our past to forge our future. *Educational Psychologist*, 35(2), 69-85.
- Thompson, A.G., & Thompson, P.W. (1996). Talking about rates conceptually Part II: Mathematical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(1), 2-24.
- Webb, N. M., (1989). Peer interaction and learning in small groups. *International Journal of Educational Research*, 13, 21- 39.
- Wilson, P. S. & Osborne, A. (1992). Foundational idea in teaching about measure. In Post, T. R. (Ed.). *Teaching mathematics in grade K-8. Research-based method* (pp.89-121). (2rd.) Allyn & Bacon.

(收稿日期：90.12.20；修改完成日期：90.2.20)

Study of Elementary School Teachers' in Length Measurement Instruction

Huang, Hsin-Mei

The purpose of this paper is to investigate elementary schools teachers' practical instruction in length measurement. Four middle grade teachers' classroom teaching in length measurement were observed and their students' performances in solving length measurement problems were then evaluated. The results indicated that the four teachers agree that children actively construct mathematical knowledge by discussion and trying out their ideas for problem solving. Teachers had students work in small groups and involved in measurement activities, as well as encouraging students to use various tools for length measurement. However, teachers preferred whole class discussion in classroom teaching. Textbooks are a major part of teachers' problems posing. In addition, teachers' problems posing also derived from children's ideas and discussion as well as posed by themselves. Teachers tended to listen and feedback to children's ideas as well as providing opportunities for students to calculate manipulations. Though the actual measuring was enforced by teachers, the process of estimating before the actual measuring and concept induction after the actual measuring needed to be enforced. Besides, students seldom asked and answered critical questions. The conversion between high-order units and low-order units in the metric system and reasoning are difficult for children's problem solving. Length estimation, actual measuring and concept induction aid children in extending their comprehension of length concepts.

Keywords: length measurement instruction, problem posing, teacher-student interaction, length measurement problem solving

Associate Professor, Department of Elementary Education, Taipei Municipal Teachers College